



Elielson Oliveira de Sousa

**Proposta para cálculo da tensão de
cisalhamento em vigas de concreto armado
reforçado com fibras de aço, com e sem
armadura transversal**

TESE DE DOUTORADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Tese orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém – Pará – Brasil
2024

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Elielson Oliveira de Sousa

**Proposta para cálculo da tensão de cisalhamento em vigas
de concreto armado reforçado com fibras de aço, com e
sem armadura transversal**

Tese de Doutorado

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil na área de concentração em Estruturas e Construção Civil.

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém, 21 de março de 2024.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Elielson Oliveira de Sousa

TÍTULO: Proposta para cálculo da tensão de cisalhamento em vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço, com e sem armadura transversal.

GRAU: Doutor ANO: 2024

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Elielson Oliveira de Sousa

Rua da Mata, Nº 0075, CEP: 66615-420, Marambaia, Belém – PA, Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48p Oliveira de Sousa, Elielson.
Proposta para cálculo da tensão de cisalhamento em vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço, com e sem armadura transversal / Elielson Oliveira de Sousa. — 2024.
117 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2024.

1. Concreto. 2. Cisalhamento. 3. Fibras de aço. 4. Modelo de equação. 5. Vigas. I. Título.

CDD 624.1834

PROPOSTA PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO COM E SEM ARMADURA TRANSVERSAL

AUTOR:

ELIELSON OLIVEIRA DE SOUSA

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 21 / 03 / 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador (UFPA)

Documento assinado digitalmente
gov.br DENIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA
Data: 14/05/2024 13:53:37-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente
gov.br MATEUS ANTONIO NOGUEIRA OLIVEIRA
Data: 07/05/2024 18:51:23-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

F Oliveira
Membro Externo (UFMG)

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Membro Externo (UFPA)

Documento assinado digitalmente
gov.br BERNARDO NUNES DE MORAES NETO
Data: 20/05/2024 16:21:21-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente
gov.br ALCEBIADES NEGRAO MACEDO
Data: 21/05/2024 10:02:14-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Alcebiades Negrão Macêdo
Membro Interno (UFPA)

Documento assinado digitalmente
gov.br MARCELO DE SOUZA PICANÇO
Data: 16/05/2024 14:32:17-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

DEDICATÓRIA

Dedico e agradeço a Deus pelo zelo, proteção, amor, orientação, força e determinação concedida, pelas quais tem regido e agido sobre minha vida em todos os aspectos, permitindo que os sonhos sejam concretizados e as vitórias alcançadas, através de sua graça e misericórdia. Toda glória, honra e louvor sejam dadas ao meu salvador Jesus Cristo, cujo nome está acima de todo nome, e ao qual todo joelho se dobrará e toda língua confessará que é o Rei dos reis e Senhor dos senhores.

Dedico a minha mãe, **Elizonete**, por todo o amor, carinho, educação e motivação em todos os momentos, dedicando sua vida para que eu pudesse realizar meus sonhos, bem como prosseguir em minha progressão acadêmica.

Ao meu pai, **Valdeci** (em memória) e a minha avó, **Cristina** (em memória), por tudo que fizeram em vida por mim. Estarão eternamente em meus pensamentos e em meu coração.

À minha esposa **Crislayne**, por iluminar minha vida com sua presença, carinho e amor, sendo a auxiliadora que Deus me concedeu, apoiando-me e cooperando para a realização dos meus sonhos. Amor, encontro a felicidade diariamente quando vislumbro seus olhos e seu sorriso. Você é o amor da minha vida! Eu amo você!

AGRADECIMENTOS

À minha querida mãe, Elizonete, e à minha amada esposa, Crislayne, ofereço as palavras mais sinceras de gratidão, respeito e amor. Vocês são a base da minha vida, conforto nos momentos de aflição e a força motriz que me impulsiona para a realização dos meus sonhos.

Ao professor Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira por todas as orientações fornecidas, ensinamentos, paciência, colaboração e companheirismo prestados ao longo do curso e para a realização desta tese, sendo um verdadeiro mentor em minha vida acadêmica, profissional e pessoal.

Ao Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto pelas orientações prestadas durante o curso de mestrado, as quais foram primordiais para o aprofundamento do conhecimento na área de Engenharia Civil e para a ascensão ao curso de doutorado. Além disto, seus ensinamentos foram basilares para o desenvolvimento e concretização deste estudo. Agradeço também, por participar como avaliador da minha tese e pelas suas sugestões inestimáveis.

Agradeço aos professores, Alcebíades Negrão Macêdo, Marcelo de Souza Picanço e Mateus Antônio Nogueira Oliveira pela participação e contribuição à avaliação da minha tese, cujas análises e sugestões enriqueceram este trabalho, proporcionando um aprendizado excepcional.

Ao Dr. João Carlos Lisboa de Lima pelas contribuições essenciais para a fase preliminar da concepção desta pesquisa.

A todos os professores do PPGE-UFPA e a Sanny Ramos Mendes de Assis por ser esta grande profissional, dedicada, eficiente e gentil, sempre disposta em ajudar durante meus processos acadêmicos, contribuindo para minha experiência positiva no programa.

Agradeço aos amigos, Wladimir Rafael de Matos Lamarão, Kássio Anderson Castro Maués, Leonardo Sousa Duarte, Hygor Roberto Girard Barbosa e Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior, pela amizade e palavras de motivação no decorrer desta jornada.

Agradeço a todos!

RESUMO

SOUSA, E. O. DE. **Proposta para cálculo da tensão de cisalhamento em vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço, com e sem armadura transversal.** Tese de Doutorado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2024.

Esta tese aborda o desenvolvimento de expressões semiempíricas para o cálculo da tensão de cisalhamento em vigas de CRFA com e sem estribos, considerando os principais parâmetros preponderantes que induzem no seu comportamento, como resistência à compressão do concreto (f_c'), altura útil da viga (d), taxas de armaduras (longitudinais e transversais), características das fibras de aço, entre outros. Estes modelos foram elaborados por intermédio de regressões não-lineares de bases de dados formadas por vigas de CRFA ensaiadas experimentalmente, rompidas por cisalhamento. Foram elencadas 575 vigas de CRFA, separadas em quatro banco de dados distintas, sendo dois BD's constituídos por vigas de CRFA sem estribos e dois BD's de vigas de CRFA com estribos. Para as vigas de CRFA sem armadura transversal, o modelo proposto foi aplicado em um segundo banco de dados, para analisar, por comparação estatística, sua performance em relação a outros seis modelos analíticos, sendo: RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*, NBR 16935 (ABNT, 2021), Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999). Para as vigas de CRFA com estribos, foi elaborado novo modelo de cálculo, sendo testado em outro banco de dados, também comparando seus resultados com a RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e NBR 16935 (ABNT, 2021). Conclui-se que as expressões elaboradas neste estudo, apresentaram melhor eficácia e maior precisão nos valores de suas tensões de cisalhamento do que as demais normativas, em comparação com as tensões cisalhantes experimentais das bases de dados. Os resultados indicaram que as equações fomentadas possuíram melhor desempenho que as demais existentes, apresentando média (Med) de 1,00; desvio padrão (DP) de 0,12 para vigas sem estribos ($CV = 12,00\%$ e $R^2 = 0,88$) e DP de 0,13 para vigas com estribos ($CV = 13,00\%$ e $R^2 = 0,87$). Além de melhor acurácia, os modelos propostos demonstram menor dispersão comparativamente às demais formulações, destacando sua eficácia, precisão e segurança no cálculo da tensão de cisalhamento em vigas de CRFA.

Palavras-chave

Concreto, Cisalhamento, Fibras de aço, Modelo de equação, Vigas.

ABSTRACT

SOUSA, E. O. DE. **Proposal for shear stress calculation in steel fiber reinforced concrete beams, with and without transverse reinforcement.** PhD Thesis, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil. 2024. (In Portuguese)

This thesis explores the development of semi-empirical expressions for calculating the shear stress in steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams, both with and without stirrups, taking into account key influential parameters such as the concrete's compressive strength (f_c'), the effective depth of the beam (d), reinforcement ratios (longitudinal and transversal) and characteristics of the steel fibers, among others. These models were developed through non-linear regressions using datasets comprised of experimentally tested SFRC beams that failed due to shear. A total of 575 SFRC beams were categorized into four distinct databases: two datasets consisted of SFRC beams without stirrups, and the other two included beams with stirrups. For the SFRC beams without transversal reinforcement, the proposed model was applied to a second dataset to statistically compare its performance against six other analytical models, namely: RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023), NBR 16935 (ABNT, 2021), Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) and Khuntia *et al.* (1999). For SFRC beams with stirrups, a new calculation model was formulated and tested against another dataset, also comparing its outcomes with the RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023) and NBR 16935 (ABNT, 2021). The study concludes that the expressions developed herein demonstrated greater efficacy and higher precision in their shear stress values compared to those of existing standards, based on the experimental shear stress data from the databases. The results indicated that the formulated equations outperformed existing models, showcasing a mean of 1.00; a standard deviation (SD) of 0.12 for SFRC beams without reinforcement transverse (COV = 12.00% and $R^2 = 0.88$), and SD of 0.13 for SFRC beams with stirrups (COV = 13.00% and $R^2 = 0.87$). In addition to improved accuracy, the proposed models exhibit less dispersion compared to other formulations, highlighting their effectiveness, precision, and safety in calculating the shear stress in SFRC beams.

Keywords

Concrete, Shear, Steel Fibers, Equation Model, Beams.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Geometria das fibras de aço. (Adaptada de ACI 544.1R, 2002).	23
Figura 2.2 – Fibra de aço Dramix® 3D 65/60.....	25
Figura 2.3 – Aglomerados de fibras de aço.	25
Figura 2.4 – Ligação da fibra de aço com a matriz do concreto. (Adaptada de Hwang <i>et al.</i> , 2013).....	26
Figura 2.5 – Comportamento de fibras durante a fissuração. (Adaptada de Hwang <i>et al.</i> , 2013).	26
Figura 2.6 – Comportamento do CRFA submetido à tração direta. (Adaptada de NBR 16935, ABNT 2021).	27
Figura 2.7 – Desenho esquemático do ensaio de tração por compressão diametral.....	28
Figura 2.8 – Metodologia de ensaio de <i>DPT</i>	28
Figura 2.9 – Desenho esquemático do ensaio de prisma entalhado.	29
Figura 2.10 – Curva <i>carga-CMOD_i</i> . (Adaptada de RILEM TC 162-TDF, 2002).....	30
Figura 2.11 – Representação esquemática do ensaio de resistência à flexão. (Adaptada de Sousa, 2020).	31
Figura 2.12 – Modelo de flexão para vigas de concreto. (Adaptado de <i>Model Code 2020 - fib Bulletin</i> , 2023).	32
Figura 2.13 – Modos de ruptura por cisalhamento em vigas de CRFA. (Adaptada de Barros, 2009).	35
Figura 2.14 – Componentes de força de cisalhamento. (Adaptado de Shoaib <i>et al.</i> , 2012)....	36
Figura 2.15 – Mecanismos de resistência ao cisalhamento em CRFA. (Adaptada de Abad <i>et al.</i> , 2019).	36
Figura 2.16 – Modelo de bielas em vigas de CRFA. (Adaptada de RILEM TC 162-TDF, 2003).	38
Figura 2.17 – E.L.U. para momento fletor e força normal em vigas de CRFA. (Adaptado de NBR 16935, ABNT 2021).	45
Figura 2.18 – Distribuição de tensões em uma fibra de aço.....	49
Figura 2.19 – Detalhe esquemático do ensaio de flexão das vigas. (Adaptado de Kwak <i>et al.</i> , 2002).	51
Figura 2.20 – Contribuição das fibras de aço em viga de CRFA sem estribos.	52
Figura 3.1 – Fluxograma do modelo para vigas de CRFA sem estribos.	55

Figura 3.2 – Fluxograma do modelo para vigas de CRFA com estribos.	56
Figura 4.1 – Tensão última e parâmetros do banco de dados.	60
Figura 4.2 – Relação entre τ_{exp} e A	61
Figura 4.3 – Relação entre τ_{exp} e B	61
Figura 4.4 – Relação entre τ_{exp} e α	62
Figura 5.1 – Relação entre τ_{exp} e τ_{Prop}	65
Figura 5.2 – Gráfico <i>Box-plot</i>	66
Figura 5.3 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo}	67
Figura 5.4 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_c'	68
Figura 5.5 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_c'	69
Figura 5.6 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e d	70
Figura 5.7 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e d	71
Figura 5.8 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e a	72
Figura 5.9 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e a	73
Figura 5.10 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l	74
Figura 5.11 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l	75
Figura 5.12 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e l_f/d_f	76
Figura 5.13 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e l_f/d_f	77
Figura 5.14 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e V_f	78
Figura 5.15 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e V_f	79
Figura 5.16 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI}	80
Figura 5.17 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI}	81
Figura 6.1 – Tensão última e parâmetros do banco de dados.	85
Figura 6.2 – Relação entre τ_{exp} e A	86
Figura 6.3 – Relação entre τ_{exp} e B	86
Figura 6.4 – Relação entre τ_{exp} e α	87
Figura 7.1 – Relação entre τ_{exp} e τ_{Prop}	89
Figura 7.2 – Gráfico <i>Box-plot</i> dos modelos.	90
Figura 7.3 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo}	91
Figura 7.4 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_c'	92
Figura 7.5 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_c'	93
Figura 7.6 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e d/a	94
Figura 7.7 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e d/a	94

Figura 7.8 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l .	95
Figura 7.9 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l .	96
Figura 7.10 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_w .	97
Figura 7.11 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_w .	97
Figura 7.12 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e l_f/d_f .	98
Figura 7.13 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e l_f/d_f .	99
Figura 7.14 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e V_f .	100
Figura 7.15 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e V_f .	100
Figura 7.16 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI} .	101
Figura 7.17 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI} .	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Tolerâncias para comprimento e diâmetro das fibras.	22
Tabela 2.2 – Classificação das fibras segundo a ASTM A 820 (1996).	23
Tabela 2.3 – Parâmetros presentes nos modelos de cálculo.	53
Tabela 4.1 – Valores resumidos do Banco de dados.	59
Tabela 5.1 – Banco de dados - 225 vigas de CRFA sem estribos utilizado para analisar o desempenho do modelo.	63
Tabela 5.2 – Resumo estatístico utilizando o Critério de Collins (2001).	65
Tabela 5.3 – Resumo estatístico - BD 225 vigas.	66
Tabela 6.1 – Valores resumidos do Banco de dados.	83
Tabela 7.1 – Banco de dados - 150 vigas de CRFA com estribos.	88
Tabela 7.2 – Resumo estatístico utilizando o Critério de Collins (2001).	90
Tabela 7.3 – Resumo estatístico - BD 150 vigas com estribos.	91

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
a/d	Relação entre vão de cisalhamento e altura útil da viga
BD	Banco de dados
b_w	Largura da viga
CA	Concreto armado
C_f	Consumo de fibras
cm	Centímetros
$CMOD$	Deslocamento de abertura de fissura
CRFA	Concreto reforçado com fibras de aço
d	altura útil da viga
d/a	Relação entre altura útil da viga e vão de cisalhamento
d_f	Diâmetro das fibras
D_f	Fator de ligação das fibras
ε_c	Deformação do concreto
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
F	Fator de fibra
f_c'	Resistência do concreto à compressão
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
f_{ctk}	Resistência característica do concreto à tração direta
f_{cuf}	Resistência do cubo de concreto com fibra
f_{Ri}	Tensões residuais
f_{Ftu}	Resistência à tração direta do CRF, valor último
f_{Ftuk}	Resistência característica à tração direta do CRF, valor último
f_{Fts}	Resistência à tração direta do CRF, valor de serviço
h	Altura da viga
kg	Quilogramas
L	Comprimento da viga
l_f	Comprimento das fibras
l_f/d_f	Fator de forma das fibras
min	Minutos
mm	Milímetros

MPa	Mega Pascal
m_R	Momento resistente da viga
NBR	Norma Brasileira
V_f	Fração volumétrica das fibras; volume de fibras
w_{cr}	Largura da fissura
%	Porcentagem
ε_c	Deformação do concreto
ε_s	Deformação do aço
ρ_l	Taxa de armadura longitudinal
ρ_w	Taxa de armadura transversal
T	Tenacidade
V	Força cisalhante
V_{sd}	Força cisalhante na seção da viga
ν_b	Tensão de arrancamento da fibra
τ	Tensão de cisalhamento
τ_{Prop}	Tensão de cisalhamento proposta
γ_c	Coefficiente de segurança do concreto
γ_F	Coefficiente de segurança do CRFA
ζ	Coefficiente de redução do concreto devido abertura de fissura

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. JUSTIFICATIVA	18
1.2. OBJETIVOS	19
1.2.1. Objetivo Geral	19
1.2.2. Objetivos Específicos	20
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO	21
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1. CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO (CRFA)	22
2.1.1. Propriedades do CRFA no estado fresco.....	24
2.1.2. Propriedades do CRFA no estado endurecido.....	25
2.1.2.1. Resistência à compressão	26
2.1.2.2. Resistência à tração direta	27
2.1.2.3. Resistência à tração indireta	28
2.1.2.4. Resistência à tração na flexão	29
2.1.2.5. Resistência à flexão	30
2.1.2.6. Resistência ao cisalhamento	34
2.2. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO	37
2.2.1. RILEM TC 162-TDF (2003)	37
2.2.2. Model Code 2020 (<i>fib Bulletin</i> , 2023)	39
2.2.3. NBR 16935 (ABNT, 2021).....	44
2.3. TRABALHOS PRODUZIDOS – MODELOS PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CRFA SEM ESTRIBOS	47
2.3.1. Modelo desenvolvido por Zhang <i>et al.</i> (2016)	47
2.3.2. Modelo desenvolvido por Kwak <i>et al.</i> (2002)	49
2.3.3. Modelo desenvolvido por Khuntia <i>et al.</i> (1999)	51
3. METODOLOGIA	54
4. MODELO PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CRFA SEM ARMADURA TRANSVERSAL	58
4.1. ESTIMATIVA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO	58

5. ANÁLISE DA EQUAÇÃO PARA VIGAS DE CRFA SEM ARMADURA TRANSVERSAL	63
5.1. PARÂMETROS AVALIADOS NO MODELO	68
5.1.1. Resistência à compressão (f_c')	68
5.1.2. Altura útil (d)	70
5.1.3. Vão de cisalhamento (a)	72
5.1.4. Taxa de armadura longitudinal (ρ_l)	74
5.1.5. Fator de forma das fibras (l_f/d_f)	76
5.1.6. Fração volumétrica das fibras (V_f)	78
5.1.7. Tensão residual (f_{RI})	80
6. MODELO PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CRFA COM ARMADURA TRANSVERSAL	82
6.1. ESTIMATIVA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO	82
7. ANÁLISE DA EQUAÇÃO PARA VIGAS DE CRFA COM ARMADURA TRANSVERSAL	88
7.1. PARÂMETROS AVALIADOS NO MODELO	92
7.1.1. Resistência à compressão (f_c')	92
7.1.2. Relação entre altura útil e vão de cisalhamento (d/a)	94
7.1.3. Taxa de armadura longitudinal (ρ_l)	95
7.1.4. Taxa de armadura transversal (ρ_w)	97
7.1.5. Fator de forma das fibras (l_f/d_f)	98
7.1.6. Fração volumétrica das fibras (V_f)	100
7.1.7. Tensão residual (f_{RI})	101
8. CONCLUSÕES	103
8.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	105
REFERÊNCIAS	106

1. INTRODUÇÃO

O concreto é um dos materiais mais utilizados na indústria da construção civil, devido às suas diversas propriedades, tais como: a capacidade de moldagem *in loco*, criando elementos de formas variadas, baixo custo de execução, boa resistência à compressão (f_c'), módulo de elasticidade (E_c) e baixa resistência à tração. A resistência à compressão é característica mais importante do concreto, fundamental para projeto de estruturas, cujo valor é analisado mediante ensaios em corpos de prova, como estabelecido nas prescrições da NBR 5738 (ABNT, 2015).

Dentre as desvantagens do concreto, destacam-se sua baixa resistência à tração, permeabilidade em ambientes úmidos, retração plástica e pouca ductilidade. Para minimizar estas desvantagens e aprimorar as propriedades do concreto, ao longo das décadas, foram desenvolvidos os concretos do tipo: com armaduras, protendido, com aditivos, alto-adensável e os reforçados com fibras (aço, vidro, polímeros). Atualmente, as armaduras longitudinais e transversais são as técnicas de reforço amplamente aplicadas no concreto, tendo em vistas suas propriedades mecânicas. Em vigas de concreto armado, as barras de aço longitudinais são posicionadas na zona tracionada, tendo a função de resistir aos esforços de tração e compressão que ocorrem ao longo do referido elemento estrutural. As armaduras transversais, conhecidas como estribos, são responsáveis por combater os esforços de cisalhamento, assim como, manter as barras longitudinais posicionadas corretamente durante o processo de concretagem.

A NBR 16935 (ABNT, 2021) descreve que o concreto convencional demonstra desempenho frágil, possuindo pouca resistência à tração e deformações quando submetidas a forças tracionárias. As fibras de aço inseridas no concreto operam como reforço estrutural, controlando a expansão de fissuras na seção transversal, bem como suas aberturas, elevando a sua absorção de energia, melhorando o seu comportamento mecânico após a ruptura da matriz.

As fibras de aço são adicionadas ao concreto durante o processo de mistura dos seus componentes, sendo distribuídas aleatoriamente na matriz, objetivando sua atuação como reforço mecânico, aperfeiçoando sua resistência, ductilidade, tenacidade, majorando a capacidade de absorção de energia até a ruptura e reduzindo a fissuração, que se inicia por meio da ação de forças de cisalhamento, de tração e flexão, além de controlar a propagação, a extensão e a abertura de fissuras ao longo da seção do elemento estrutural.

Pesquisadores como Lee *et al.* (2015), Deluce & Vecchio (2013), Wang *et al.* (2010), Bencardino *et al.* (2008), Barros & Figueiras (1999) entre outros, corroboram que as fibras de aço melhoram as propriedades do concreto armado, principalmente a ductilidade e tenacidade. Além disto, esta tipologia de fibras contribui para o acréscimo na resistência à tração, flexão e também cisalhamento, agindo na matriz do concreto, inibindo a propagação da fissuração ao longo da sua seção transversal.

A vertente do concreto com fibras de aço, ganhou destaque no mundo, onde atualmente, existem diversas normas que determinam a metodologia para o seu dimensionamento, citam-se a RILEM TC 162-TDF (2003) e *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*. No Brasil, foi publicada, recentemente, a NBR 16935 (ABNT, 2021) que rege o projeto e dimensionamento de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço, incluindo a prescrição do modelo de cálculo de resistência ao cisalhamento.

Abbas & Khan (2016) relatam que o desenvolvimento de modelos numéricos racionais para a prever o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço, favorece os projetos dos elementos de CRFA, além de permitir a redução do custo com ensaios experimentais. Além do mais, comunicam a necessidade de analisar as características das propriedades das fibras de aço, com o objetivo de compreender sua participação no desempenho ao cisalhamento em vigas de CRFA.

Por intermédio destes predicados, evidencia-se o intuito do presente estudo, em promover modelos de equações que utilizem parâmetros preponderantes para a determinação da tensão de cisalhamento última em vigas de CRFA com e sem armadura transversal, de modo que seus valores possuam acurácia e que estas sejam de fácil aplicação nos projetos de Engenharia Civil. Reuniu-se informações experimentais de amplos bancos de dados, que favorecessem as discussões das propostas, comparando seus resultados teóricos com as tensões cisalhantes experimentais, bem como, os valores empíricos obtidos por meio da RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*, NBR 16935 (ABNT, 2021) e outras publicadas por pesquisadores internacionais, tais como Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999), para o caso de vigas de CRFA sem estribos, e comparar as tensões de cisalhamento teóricas calculadas pelo modelo proposto com os valores resultantes das expressões normativas

citadas anteriormente e as experimentais da base de dados, no caso de vigas de CRFA com estribos.

1.1. JUSTIFICATIVA

O desenvolvimento de vigas de concreto armado reforçadas com fibras de aço (CRFA) representa um avanço significativo nas práticas de construção, promovendo elementos potencialmente mais resistentes a esforços de tração, flexão e ao cisalhamento. Entretanto, a precisão no cálculo da resistência ao cisalhamento dessas vigas, particularmente, em peças com e sem armadura transversal e em concretos de diversas resistências à compressão, permanece um desafio técnico e científico notável.

Diversas equações semiempíricas foram sugeridas para determinar a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço sem armadura transversal. Todavia, mínimos estudos fornecem métodos práticos e simples para análise da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, que se enquadrem para concretos de inúmeros valores de resistência à compressão, tal como, por exemplo, o concreto de elevada resistência.

Equações semiempíricas existentes, apesar de contribuírem para este campo, apresentam limitações em termos de aplicabilidade, precisão e facilidade de uso, principalmente para concretos com fibras, de alta resistência, e elementos estruturais com variações significativas em parâmetros de projeto. A complexidade do comportamento ao cisalhamento em vigas de CRFA, influenciado por múltiplos fatores como a taxa de armadura longitudinal e transversal, a relação altura útil e vão de cisalhamento (d/a), o volume e forma das fibras, entre outros, exige modelos analíticos adequados e adaptáveis.

Mondo (2011) relata que uma boa equação deve possuir as seguintes características: ser elaborada a partir de um banco de dados consistente; apresentar menor dispersão em comparação com outras aplicadas sobre o mesmo banco de dados; fácil aplicação para ser utilizada pela comunidade de engenharia; envolver fatores disponíveis para os projetistas e ser válida para uma extensa variação de parâmetros.

Este trabalho propõe o desenvolvimento de modelos preditivos que se alinhem com esses critérios e parâmetros, fornecendo equações precisas e práticas para o dimensionamento da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com e sem armaduras transversais. A proposta e a avaliação de novos métodos de cálculo por meio de regressões não-lineares e a validação destes com tensões experimentais abrangentes, objetiva preencher as lacunas existentes em abordagens anteriores, onde não era contabilizado, por exemplo o volume e fator de forma das fibras de aço. Deste modo, as expressões genéricas para estabelecer a tensão de cisalhamento última em vigas de concreto reforçado com fibras de aço com e sem estribos, abrange uma vasta faixa de resistências à compressão (f_c'), taxas de armadura longitudinal, taxas de armadura transversal, relação entre altura útil e vão de cisalhamento (d/a), fração volumétrica das fibras (V_f), fator de forma (l_f/d_f) e tensões residuais (f_{RI}). Os resultados desta tese propiciarão aos engenheiros projetistas, calcularem vigas de concreto reforçado com fibras de aço submetidas a esforços de cisalhamento com praticidade, segurança e acurácia.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

Desenvolver e avaliar novos modelos para o cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado reforçadas com fibras de aço, com e sem armadura transversal, por meio da aplicação de técnicas de regressão não-linear sobre banco de dados consistentes. Este estudo visa realizar uma análise comparativa detalhada entre as tensões de cisalhamento teóricas previstas pelos modelos propostos e as obtidas experimentalmente, utilizando amplas bases de dados. A comparação será estendida às equações de resistência ao cisalhamento estabelecidas por normativas como a RILEM TC 162-TDF (2003), o *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023), a NBR 16935 (ABNT, 2021), e estudos de pesquisadores renomados como Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999). O objetivo é validar a precisão e a aplicabilidade dos modelos desenvolvidos no dimensionamento de vigas de concreto armado reforçadas com fibras de aço (CRFA), considerando o impacto das fibras de aço na resistência ao cisalhamento, contribuindo assim para avanços significativos na prática de engenharia estrutural, melhorando a segurança, a durabilidade e o desempenho das estruturas.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Aplicar regressões não-lineares em um banco de dados contendo resultados experimentais de 100 vigas de concreto armado reforçadas com fibras de aço sem estribos, para desenvolver uma equação preditiva da tensão de cisalhamento em vigas de CRFA sem armadura transversal;
- Aplicar o modelo proposto para vigas de CRFA sem estribos, em outro banco de dados, independente do anterior, formado por 225 vigas de CRFA sem armadura transversal, rompidas por cisalhamento, comparando as tensões de cisalhamento teóricas obtidas através do método desenvolvido e as resultantes das prescrições normativas e de pesquisadores com as tensões experimentais destes dados, para avaliar sua eficácia, sua precisão e confiabilidade.
- Desenvolver uma expressão teórica para cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço com armaduras transversais, através de regressões não-lineares de um banco de dados composto por 100 vigas de CRFA com estribos, ensaiadas experimentalmente e rompidas por cisalhamento;
- Aplicar o modelo proposto para vigas de CRFA com estribos, em outro banco de dados, distintos da base de dados anterior, formado por 150 vigas de CRFA com armadura transversal, cuja ruptura ocorreu por cisalhamento, comparando as tensões de cisalhamento teóricas da formulação e das normas com as tensões experimentais desta base de dados, analisando sua segurança, precisão e eficácia, bem como a possibilidade de utilizar a expressão para cálculo das tensões últimas de cisalhamento.
- Analisar os resultados obtidos, promovendo a utilização das equações desenvolvidas para o dimensionamento de vigas de CRFA com e sem estribos, considerando sua praticidade, segurança e acurácia, além de identificar potenciais melhorias ou ajustes nas práticas atuais de dimensionamento, com o intuito de contribuir para o progresso da aplicação de fibras de aço na Engenharia Civil.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

A corrente tese foi formatada para atender as prescrições da NBR 14724 (ABNT, 2021), e considerando o modelo de apresentação recomendado pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Sendo assim, este estudo está organizado em 8 (oito) capítulos, conforme exposto a seguir:

Capítulo 01: Discorre sobre os aspectos introdutórios da pesquisa, apresentando também a justificativa, os objetivos gerais e específicos, assim como a estrutura do trabalho;

Capítulo 2: Discute sobre os conceitos requeridos para a compreensão da presente tese: concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), suas propriedades no estado fresco e no estado endurecido, assim como, as prescrições normativas da RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*, NBR 16935 (ABNT, 2021) e modelos de cálculo da tensão de cisalhamento de vigas de CRFA sem armadura transversal elaborados por Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999);

Capítulo 3: Esclarece a metodologia para obtenção dos modelos propostos e seus fluxogramas;

Capítulo 4: Apresenta o método de cálculo elaborado na corrente pesquisa para obtenção da tensão de cisalhamento em vigas de CRFA sem armadura transversal;

Capítulo 5: Discute a validação do modelo proposto no Capítulo 4, comparativamente aos demais métodos;

Capítulo 6: Apresenta o modelo empírico desenvolvido, nesta tese, para determinar a tensão de cisalhamento em vigas de CRFA com armadura transversal;

Capítulo 7: Discute a análise e a validação do método elaborado no Capítulo 6, comparando com as prescrições normativas da RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e NBR 16935 (ABNT, 2021);

Capítulo 8: Conclusões adquiridas com o presente estudo;

Referências: Apresenta as referências utilizadas que fundamentaram esta tese, bem como para a formação dos bancos de dados.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO (CRFA)

A NBR 16935 (ABNT, 2021) define o concreto reforçado com fibras como um material compósito com fibras descontínuas adicionadas à sua matriz cimentícia. A NBR 16938 (ABNT, 2021) define concreto armado reforçado com fibras como o compósito constituído por uma matriz de concreto estrutural com fibras, armaduras passivas e ativas. Este tipo de concreto apresenta maior resistência à propagação de fissuras devido às ações das fibras, possuindo maior ductilidade pós-fissuração.

A NBR 15530 (ABNT, 2019) classifica as fibras de aço em: quanto ao seu tipo de fabricação; quanto a sua forma (retas ou deformadas); revestimento (devendo ser indicado o tipo de revestimento quando houver); com base na classificação do aço (teor de carbono) e nas tolerâncias de comprimento e diâmetro da fibra.

- Quanto ao tipo de fabricação: Grupo I - arames trefilados a frio; Grupo II - chapas cortadas; Grupo III - arames trefilados a frio e escarificados (*shaved*); Grupo IV - fibras produzidas por fusão (*melt extracted*); Grupo V - usinadas a partir de blocos de aço;
- Quanto a classificação do aço (teor de carbono): Baixo teor de carbono (máximo = 0,30 %); médio teor de carbono (0,30 a 0,60 %); Alto teor de carbono (0,60 a 1,00 %);
- Quanto as tolerâncias de comprimento e diâmetro da fibra: Nesta classificação, as fibras de aço são delimitadas mediante suas tolerâncias de comprimento e diâmetro, indicados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Tolerâncias para comprimento e diâmetro das fibras.

Propriedades	Intervalo	Desvio do valor individual em relação ao valor declarado			Desvio da média em relação ao valor declarado		
		Classe A	Classe B	Classe C	Classe A	Classe B	Classe C
Comprimento e Comprimento desenvolvido (<i>l</i> ou <i>ld</i>)	> 30 mm	± 3 mm	± 3 mm	± 10 %	± 5 %		
	≤ 30 mm	± 10 %	± 10 %		± 1,5 mm		
Diâmetro equivalente (<i>d</i>)	> 30 mm	± 0,02 mm	± 5 %	± 10 %	± 0,015 mm	± 5 %	± 5 %
	≤ 30 mm					± 0,015 mm	± 0,015 mm
Comprimento / diâmetro (λ)	-	± 15 %			± 7,5 %		

Fonte: Adaptado de NBR 15530 (ABNT, 2019).

Outras normas também determinam as classificações das fibras de aço, como por exemplo, a classificação segundo a ASTM A 820 (1996) apresentada na Tabela 2.2. A Figura 2.1 apresenta as diversas geometrias das fibras de aço, de acordo com ACI 544-1R (2002).

Tabela 2.2 – Classificação das fibras segundo a ASTM A 820 (1996).

Classificação das fibras de aço	
TIPO I	Fabricadas através de fios trefilados
TIPO II	Fabricadas através de chapas cortadas
TIPO III	Subtraídas de metais fundidos
TIPO IV	Outras fibras

Fonte: Adaptado de ASTM A 820 (1996).

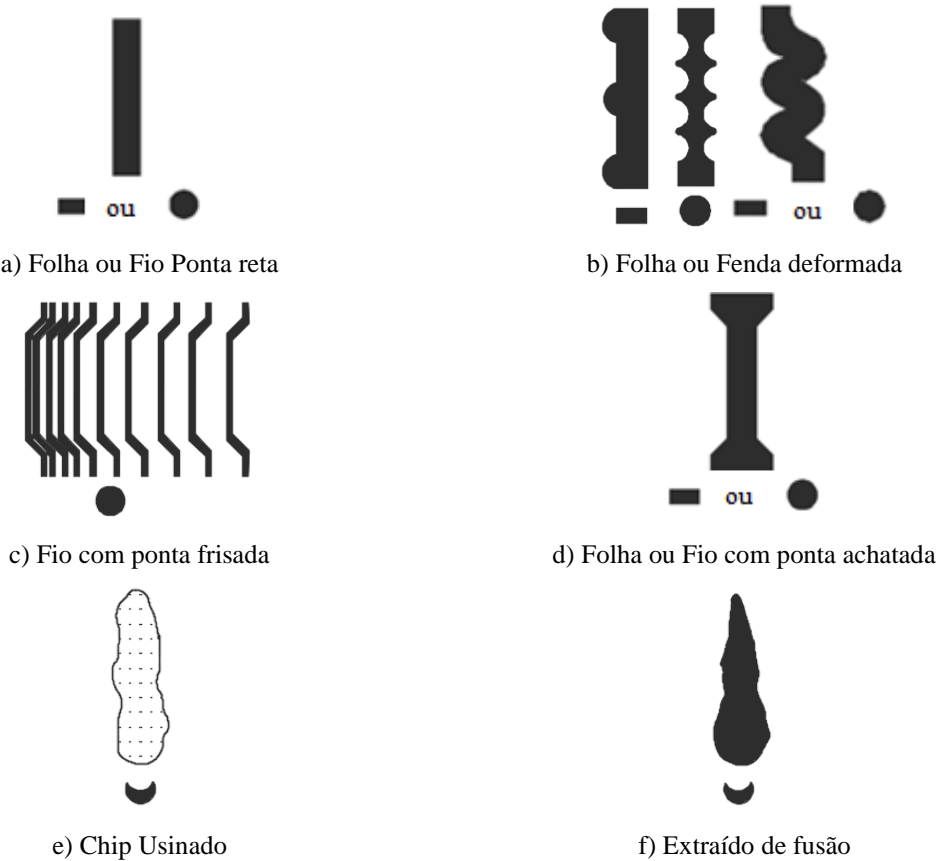


Figura 2.1 – Geometria das fibras de aço. (Adaptada de ACI 544.1R, 2002).

A NBR 15530 (ABNT, 2019) afirma que as fibras de aço correspondem como elementos de reforço em concretos, devido apresentarem coeficiente de dilatação térmica semelhante ao concreto, módulo de elasticidade (Young) elevado a cinco vezes o valor do concreto e sofrerem deformações sob temperaturas superiores a 370 °C. NBR 16935 (ABNT, 2021) descreve que estas fibras agem como reforço estrutural em conjunto com as armaduras ativas e passivas,

colaborando no comportamento do concreto em seu Estado Limite Último (E.L.U.) e no Estado Limite de Serviço (E.L.S.).

A aplicação de fibras de aço em concreto armado melhora suas propriedades mecânicas e ductilidade, permitindo a redução do número de barras de aço longitudinais e transversais. Consequentemente, diminuindo a mão de obra exigida para a montagem dessas armaduras, proporcionando economia e agilidade na execução da estrutura.

2.1.1. Propriedades do CRFA no estado fresco

Parashar & Parashar (2012) informam que o concreto fresco pode ser moldado em qualquer formato, cujas quantidades relativas de cimento, agregados e água misturados são determinantes para as propriedades do concreto no estado fresco e no estado seco. ACI 544.1R (2002) define que o concreto reforçado com fibras de aço, em seu estado fresco, possui diversas propriedades que recebem a influência das proporções dos materiais em sua matriz, pela aderência entre esta e as fibras de aço, assim como o fator de forma e volume das fibras inseridas.

Zeyad *et al.* (2018) afirmam que a adição de fibras de aço na matriz do concreto intervém na trabalhabilidade deste, proporcionando o engrenamento dos seus componentes na mistura cimentícia. Naaman (2003) descreve que concretos com adição de fibra de aço em volumes superiores a 2%, favorecem a formação de aglomerados de fibras e até mesmo a segregação do concreto. Figueiredo (2005) relata que o surgimento do agrupamento de fibras de aço é proveniente da mistura incorreta do CRFA. Para ACI 544.1R-96 (1996), estes aglomerados são provocados pela inserção inadequada das fibras de aço, seu elevado volume (V_f) e também por falhas no misturador do concreto.

Para prevenir a formação de aglomerado de fibras dentro do concreto, a ACI 544.1R-96 (1996) determina a vibração adequada do CRFA e a metodologia para a adição das fibras, a qual deve ocorrer, de modo gradativo com taxa de 45 kg/min, após a inserção dos demais ingredientes do concreto, mantendo a rotação constante do misturador. A Figura 2.2 apresenta as fibras de aço, e a Figura 2.3 representa o aglomerado destas misturadas em concreto.



a) Fibras coladas em pentes



b) Apresentação individual da fibra

Figura 2.2 – Fibra de aço *Dramix® 3D 65/60*.



Figura 2.3 – Aglomerados de fibras de aço. Fonte: Figueiredo (2011).

Segundo Raju *et al.* (2019), para melhor desempenho mecânico do concreto, as fibras de aço devem estar distribuídas paralelamente ao sentido da tensão de tração atuante no elemento estrutural. Os autores informam que a distribuição das fibras no concreto dificilmente ocorre de modo uniforme e isto se deve às interferências de diversos fatores durante a confecção do concreto, tais como: a vibração, formas de concreto, a inserção das fibras de aço, entre outros que são capazes de influenciar negativamente o seu desempenho.

2.1.2. Propriedades do CRFA no estado endurecido

Chaudhary *et al.* (2017) afirmam que o concreto reforçado com fibra apresenta melhor rigidez e flexibilidade. Hwang *et al.* (2013) propõem que a inserção de fibras proporcionou um aumento na capacidade de absorção de energia do concreto após sua fissuração, melhorando sua ductilidade e dureza do material. Li *et al.* (2023), afirmam que as fibras de aço favorecem a ductilidade, o combate à fissuração e a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto com elevada resistência, atuando como reforço transversal (estribos), unificando as fissuras

diagonais e distribuindo as tensões para ambas as faces fissuradas do concreto. As Figuras 2.4 e 2.5 representam a disposição das fibras dentro do concreto e seu comportamento contra a propagação das fissuras.

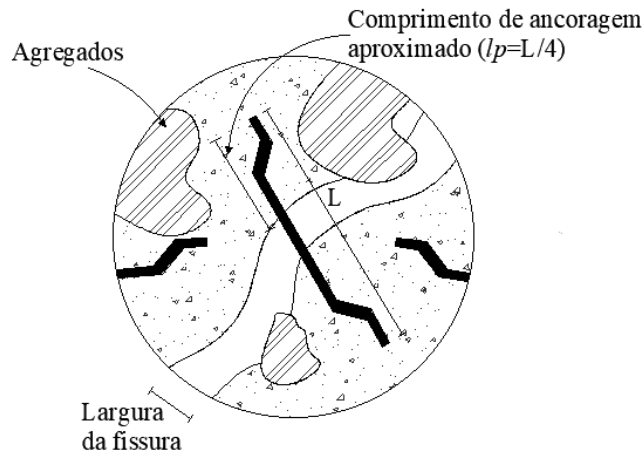


Figura 2.4 – Ligação da fibra com a matriz do concreto. (Adaptada de Hwang *et al.*, 2013).

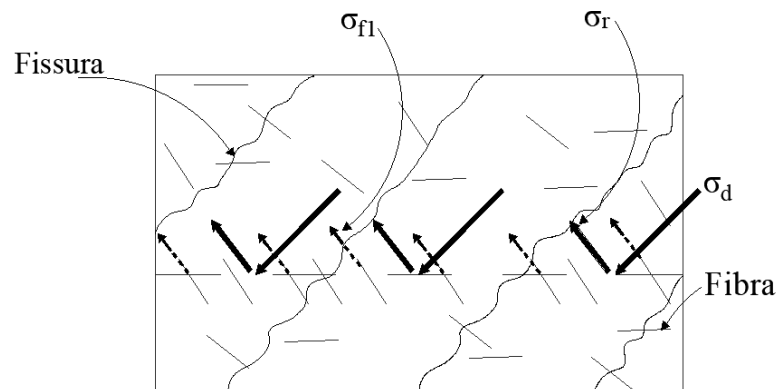


Figura 2.5 – Comportamento de fibras durante a fissuração. (Adaptada de Hwang *et al.*, 2013).

2.1.2.1. Resistência à compressão

ACI 544.4R-18 (2018) delimita que a resistência à compressão do concreto recebe atuação das fibras de aço, que promove aumentos anódinos, variando em torno de 23% em concretos reforçados com volume de fibras equivalente a 2% e fator de forma (l_f/d_f) igual a 100. ACI 544.1R (2002) descreve que a adição de fibras ao concreto aumenta, em torno de 15%, a sua resistência à compressão em volumes de fibra superiores a 1,5%. Todavia, salienta-se que as fibras de aço são inseridas no concreto com o objetivo de melhorar outras propriedades do concreto (flexão, tração e cisalhamento) e não para aperfeiçoar a resistência à compressão.

Lee *et al.* (2015) avaliaram a resistência à compressão de CRFA, onde seus resultados demonstraram que a resistência à compressão sofreu influência do volume de fibras, bem como pelos seus respectivos fatores de forma (l_f/d_f). Para Thomaz & Ramaswamy (2007), o reforço de fibras de aço em concretos favorece a resistência à compressão, com acréscimos inferiores a 10%.

2.1.2.2. Resistência à tração direta

Para Barros (1995), Lobão (2005), Wang (2010) e Thomaz & Ramaswamy (2007), o reforço de fibras de aço atua minimamente durante a fase de pré-fissuração do concreto, contribuindo de modo expressivo após o surgimento de fissuras. Thomaz & Ramaswamy (2007) afirmam que a resistência à tração do concreto reforçado com fibras de aço apresenta maiores valores devido à presença e ação das fibras, sendo estes valores, dependentes da dosagem dos materiais, da ligação das fibras na matriz cimentícia, do grau de compactação, da taxa de carregamento adotada no ensaio de tração e do volume de fibras.

NBR 16935 (ABNT, 2021) determina que o comportamento pós-fissuração do concreto reforçado com fibras de aço sob a ação de esforços de tração direta, pode apresentar comportamento *softening* (amolecimento) e *hardening* (endurecimento), conforme a Figura 2.6. No primeiro caso, ocorre uma diminuição gradativa das forças, e no segundo, há o surgimento de diversas fissuras ao longo da seção e acréscimo de carga após o início da fissuração.

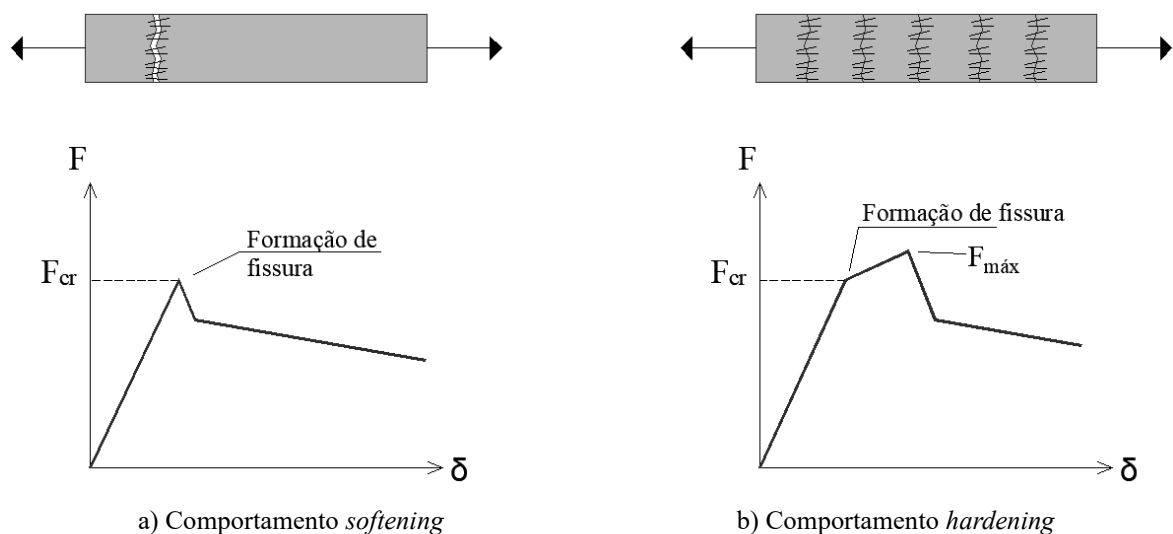


Figura 2.6 – Comportamento do CRFA submetido à tração direta. (Adaptada de NBR 16935, ABNT 2021).

2.1.2.3. Resistência à tração indireta

A resistência à tração indireta do concreto reforçado com fibras de aço é analisada conforme a NBR 7222 (ABNT, 2011), através do ensaio de tração por compressão diametral, conhecido internacionalmente como “*Brazilian Test*”. Neste ensaio, corpos de prova cilíndricos são comprimidos diametralmente, aplicando cargas até sua ruptura, que ocorre verticalmente ao plano dos esforços. A Figura 2.7 representa o esquema de ensaio.

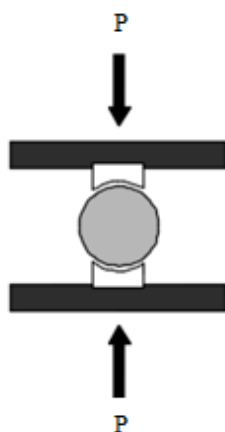


Figura 2.7 – Desenho esquemático do ensaio de tração por compressão diametral.

De acordo com Parés (2011), o ensaio de *Double Punch Test (DPT)*, pode ser utilizado ao invés do *Brazilian Test*, por ser mais simples de realizar e apresentar a resistência à tração em diferentes planos de fissuração, sendo o seu valor final estipulado pela média desses. O *DPT* capta melhor a influência das fibras de aço no concreto devido aos seus mecanismos de fratura. A Figura 2.8 demonstra a metodologia deste ensaio.

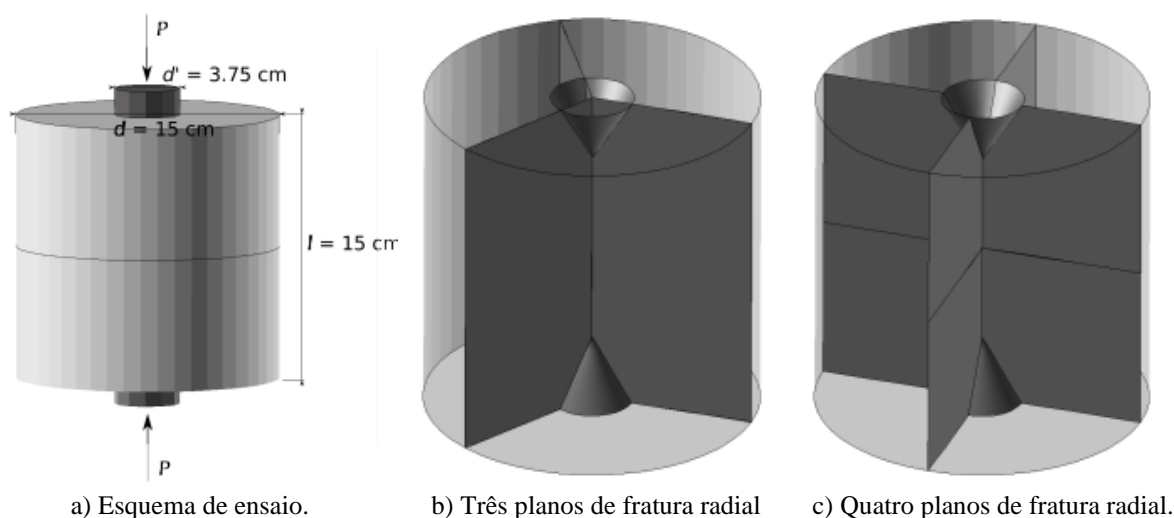


Figura 2.8 – Metodologia de ensaio de DPT. Fonte: Parés (2011).

Wang *et al.* (2012) afirma que o ensaio de tração por compressão diametral é considerado mais preciso para determinar a resistência à tração de materiais como concreto, rocha e cerâmica, sendo indicados para baixas taxas de deformação na faixa de $10^{-6}/s$ a $10^0/s$. ACI 544.2R-89 (1999) relatam que, após o início da fissuração com o surgimento da primeira fissura, há dificuldade na compreensão dos resultados dos ensaios de tração por compressão diametral em cilindros de CRFA, devido à inexistência de informações sobre a propagação das tensões no concreto após a ocorrência da fissura inicial. Bentur & Mindess (1990) relatam que, em função da disposição aleatória das fibras no concreto, estas conferem um acréscimo de 60%, no máximo, sobre a resistência do concreto. Karl *et al.* (2011) descrevem que o volume de fibras inserido no concreto proporciona um aumento de aproximadamente o dobro da resistência à tração do CRFA em comparativo com o concreto convencional.

2.1.2.4. Resistência à tração na flexão

As recomendações da norma europeia EN 14651 (2007) e da RILEM TC 162-TDF (2002) determinam que para a caracterização do CRFA executa-se o ensaio de flexão em três pontos, utilizando prismas entalhados com as dimensões de 150x150x600 mm³, conforme Figura 2.9. RILEM TC 162-TDF (2002) determina os mecanismos para a execução do ensaio de flexão em três pontos de prismas entalhados, com o propósito de obter as tensões residuais $f_{R,i}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4) do concreto. Além disto, avalia também o comportamento à tração do concreto, mediante análise das curvas *carga-deslocamento* e *carga-CMOD* (*Crack Mouth Opening Displacement*).

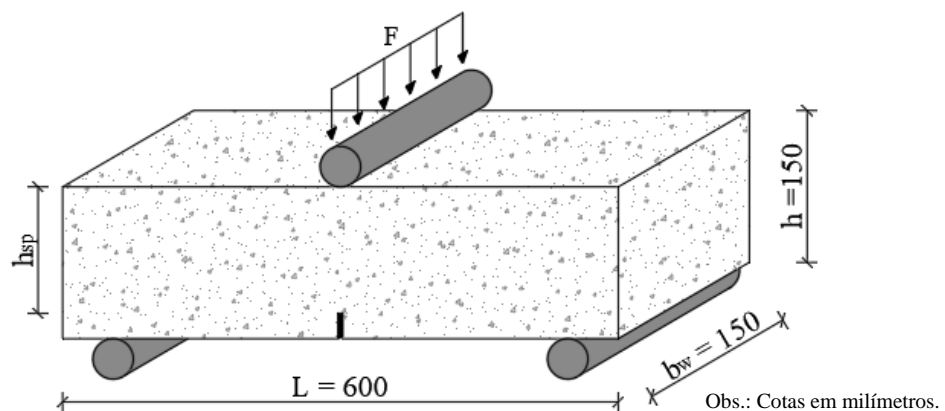


Figura 2.9 – Desenho esquemático do ensaio de prisma entalhado.

Na Equação 2.1, $f_{R,i}$ é o valor da tensão residual à tração por flexão correspondente à carga F_i ; F_i é a carga correspondente à $f_{R,i}$ ou $CMOD_i$; L é o comprimento do vão; b é a largura e h_{sp} é a altura acima do entalhe do prisma ensaiado. A Figura 2.10 denota a relação *carga-CMOD_i* do concreto reforçado com fibras de aço, obtida pelo ensaio de flexão, conforme especificado por RILEM TC 162-TDF (2002).

$$f_{Ri} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{Ri} \cdot L}{b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Eq. 2.1}$$

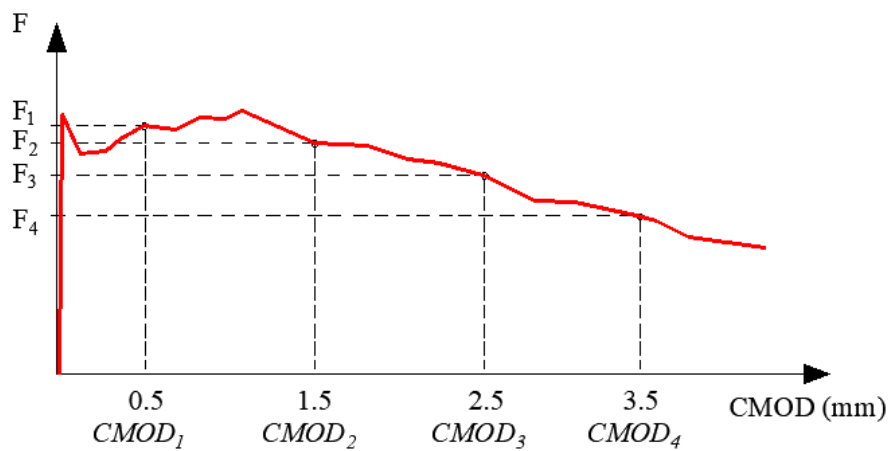


Figura 2.10 – Curva *carga-CMOD_i*. (Adaptada de RILEM TC 162-TDF, 2002).

Sousa (2020) evidencia a ação benéfica das fibras de aço ao concreto, onde seus resultados dos ensaios de flexão em três pontos de prismas entalhados, demonstraram o CRFA com comportamento *hardening*, com resistências residuais superiores a 10,63 MPa, representando aumento na tenacidade e ductilidade deste concreto em comparação ao concreto convencional sem fibras.

2.1.2.5. Resistência à flexão

ACI 544.1R (2002) relata que concretos reforçados com fibras de aço possuem maiores valores de resistência à flexão, propiciados pela distribuição de tensões e deformações na seção transversal das vigas, causados pelo comportamento dúctil na zona tracionada da viga de CRFA durante os esforços de flexão, pelo volume e fator de forma das fibras. Sousa (2020) evidencia que concretos com um consumo de fibras (C_f) entre 60 e 75 kg/m³ apresentaram resistência, ductilidade e tenacidade equivalentes ao concreto convencional sem fibras. A Figura 2.11

demonstra o desenho esquemático do ensaio de resistência à flexão em quatro pontos de uma viga de CRFA.

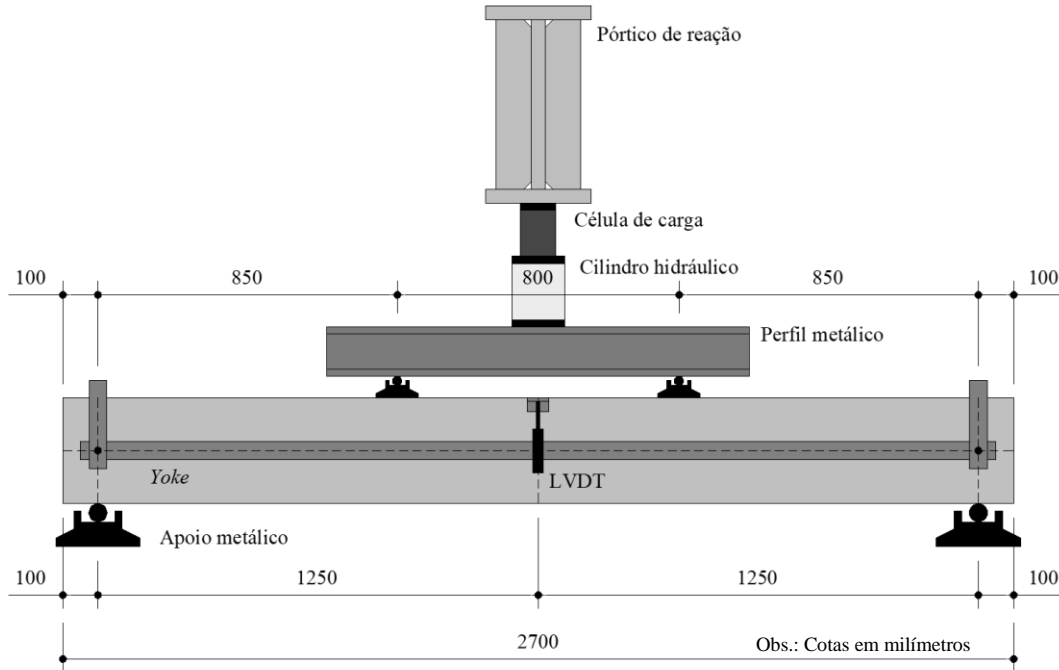


Figura 2.11 – Representação esquemática do ensaio de resistência à flexão. (Adaptada de Sousa, 2020).

Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023) afirma que as recomendações de projeto para o concreto reforçado com fibras de aço são as mesmas para o concreto armado. As fibras de aço contribuem para o aumento da resistência à compressão, ductilidade, resistência à flexão, controle no surgimento de fissuras, entre outras. *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* determina duas leis constitutivas, caracterizadas pela relação *tensão-abertura da fissura* ($\sigma-w$), onde evidencia-se a relação com comportamento perfeitamente plástico e a relação com comportamento pós-fissuração. Destas, surgem as resistências residuais f_{Fts} e f_{Ftu} , o qual a primeira corresponde ao Estado Limite de Serviço (E.L.S), e a segunda ao Estado Limite Último (E.L.U). A tensão residual f_{Ftu} utilizada na relação com comportamento perfeitamente plástico é calculada pela Equação 2.2.

$$f_{Ftu} = \frac{f_{R3}}{3} \quad \text{Eq. 2.2}$$

As tensões residuais f_{Fts} e f_{Ftu} na relação com comportamento pós-fissuração são obtidas pelas Equações 2.3 e 2.4; onde w_{cr} corresponde ao valor para abertura máxima de fissuras permitidas

ao projeto, definida como 2,5 mm. As resistências f_{R1} e f_{R3} são obtidas experimentalmente, através do ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados.

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_{cr}}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. 2.3}$$

Sendo:

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R3} \quad \text{Eq. 2.4}$$

A Figura 2.12 evidencia o modelo de projeto estipulado por *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023). Neste, são apresentados os modos de ruína por esmagamento do concreto (compressão), a qual propõe que $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$; ruína por tração por rompimento da armadura longitudinal, que considera $\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$; e o modo de ruína por tração, ocasionado pela ruptura do concreto tracionado, $\varepsilon_t = \varepsilon_{Fu}$.

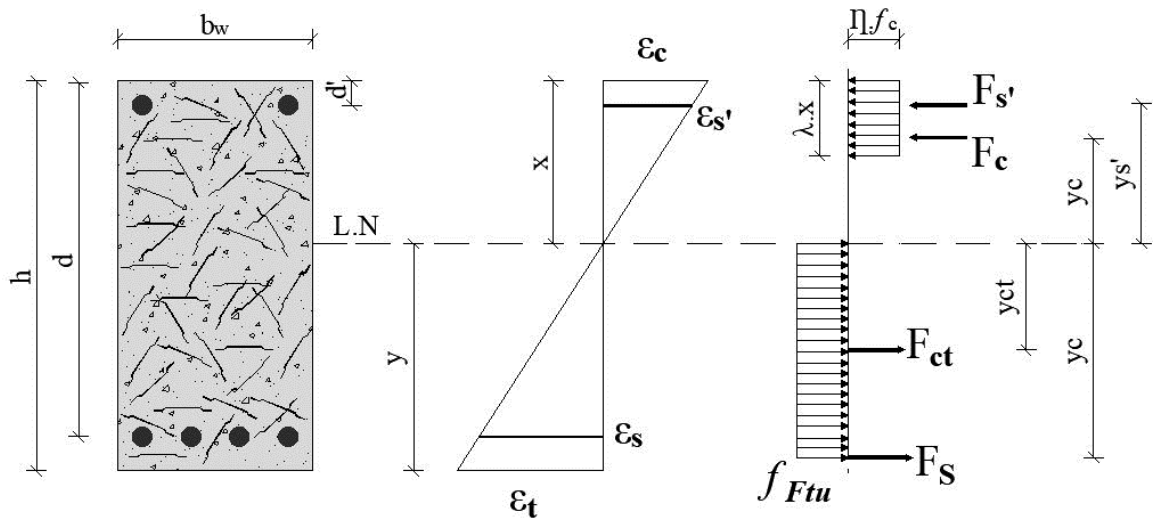


Figura 2.12 – Modelo de flexão para vigas de concreto. (Adaptado de *Model Code 2020 - fib Bulletin*, 2023).

Para obter a região comprimida da viga, aplicam-se as Equações 2.5 e 2.6, das quais extraímos os valores de λ e η :

$$\lambda = \begin{cases} 0,8 & \text{para } f_c' \leq 58 \text{ MPa} \\ 0,8 - \frac{(f_c' - 58) - 50}{400} & \text{para } 58 < f_c' \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.5}$$

$$\eta = \begin{cases} 1,0 & \text{para } f_c' \leq 58 \text{ MPa} \\ 1,0 - \frac{(f_c' - 58) - 50}{400} & \text{para } 58 < f_c' \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.6}$$

A deformação última é dada pela Equação 2.7 isto no caso de ocorrer a ruína por compressão do concreto da viga, na qual ocorre o esmagamento do concreto.

$$\varepsilon_{cu2} = \begin{cases} 3,5 & f_c' \leq 58 \text{ MPa} \\ 2,6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c' - 58)}{100} \right]^4 & f_c' \geq 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.7}$$

A Equação 2.8 calcula o valor da deformação última, para o modo de ruína da viga por tração em CRFA, sendo $\varepsilon_t = \varepsilon_{Fu}$. Nesta expressão, o valor de w_u corresponde a 2,5 mm; l_{cs} é o comprimento característico do elemento estrutural analisado.

$$\varepsilon_{Fu} = \frac{w_u}{l_{cs}} \quad \text{Eq. 2.8}$$

O cálculo do momento resistente (m_R) da viga de concreto reforçada com fibras de aço é obtido pela efetuação das seguintes etapas:

1ª Etapa: Designar que a viga sofre ruína com esmagamento do concreto, ponderando que a deformação do concreto é igual à deformação última, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$.

2ª Etapa: Determinar a posição da linha neutra (x);

3ª Etapa: Verificar se a deformação na região tracionada da peça é menor que a deformação última $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{Fu}$. Caso afirmativo, aplicar a etapa 4. No entanto, caso negativo, julgar-se que a viga sofre ruína por ruptura na zona tracionada do concreto, e considera-se que a deformação do aço é expressa por $\varepsilon_s = \varepsilon_{Fu}$. Em ato contínuo, presume-se o valor da linha neutra (x) e executa-se o cálculo da 4ª etapa;

4ª Etapa: Calcular as deformações na viga;

5ª Etapa: Estipular a distribuição das tensões a partir das leis constitutivas (σ - ε) dos materiais;

6ª Etapa: Efetuar o cálculo das forças resultantes e suas distâncias de aplicação;

7ª Etapa: Caso o somatório das forças resultantes esteja em equilíbrio ($\Sigma F = 0$), obtém-se o momento resistente (m_R). Entretanto, caso estas forças não estejam em equilíbrio, deve-se iniciar todo o dimensionamento a partir da etapa número 1 até atingir o equilíbrio das forças.

2.1.2.6. Resistência ao cisalhamento

Cho *et al.* (2009) afirmam que a ruptura por cisalhamento em concreto simples é frágil, ocorrendo colapso sem aviso prévio, e que as fibras de aço podem aperfeiçoar a resistência ao cisalhamento em elementos de concreto submetidos a esforços elevados. Para Lantsoght (2019) a inserção de fibras de aço na mistura de concreto, melhora a sua resistência ao cisalhamento, influenciando os mecanismos que colaboram na sua capacidade resistente. Arslan *et al.* (2017) descreve que a ruptura por cisalhamento em uma viga de concreto armado sem armadura transversal advém com a propagação de uma fissura diagonal, que percorre a seção da viga, esmagando a zona comprimida e percorrendo horizontalmente o lado inferior da viga ao longo da armadura longitudinal. O concreto reforçado com fibras de aço foi concebido para melhorar o comportamento do concreto, pois as fibras contribuem em suas propriedades mecânicas, como resistência ao cisalhamento, tenacidade, ductilidade e outras.

ACI 544.1R (2002), afirma que o volume das fibras de aço e sua geometria proporcionam aditamentos na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto, combatendo a propagação das fissuras, o que permitiria a substituição da armadura transversal. Kwak *et al.* (2002) descrevem que a fração volumétrica das fibras e a redução da relação entre vão de cisalhamento e altura útil (a/d), favorecem o acréscimo nos valores de resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA.

Abbas & Khan (2016) relatam que uma viga de concreto sofre fissuração quando submetida a tração proveniente das tensões de cisalhamento ocorridas em sua seção transversal, ocorrendo sem anúncio precedente e de modo abrupto. Os autores estabelecem que para aumentar a resistência à tração pós-fissuração, adiciona-se fibras de aço a massa do concreto, o que também favorece o crescimento na sua resistência ao cisalhamento. Além disto, prescrevem que o mecanismo preciso para análise desta resistência deve ocorrer mediante a realização de ensaios experimentais em vigas de CRFA. Para Abbas & Khan (2016), vigas de CRFA altas, com maiores volumes de fibra, apresentam crescimento no seu valor da resistência ao cisalhamento e que V_f superiores a 0,5% modificam o modo de ruptura do tipo cisalhamento para flexão dúctil, enquanto, em vigas de CRFA baixas, demonstraram pouco aumento na resistência ao cisalhamento. Complementam também que, fatores de forma entre 60-100 contribuem para a elevação da resistência ao cisalhamento em 32%.

Wight & MacGregor (2012) corroboram que uma viga de CRFA sofre variações no seu desempenho quando rompe por forças cisalhantes, o que depende da taxa de armadura longitudinal, efeito de arco e das contribuições das vigas. Arslan *et al.* (2017) afirmam que vigas de CRFA sofrem ruptura por tração, com fissura diagonal, quando as tensões principais excedem a sua resistência à tração. Barros (2009) e Gomes (2015) informam que as vigas de CRFA apresentam modos distintos de ruptura por cisalhamento, elencados como: ruptura por tração diagonal, qualificada pelo escoamento da armadura longitudinal; ruptura localizada na armadura longitudinal, caracterizada pela flexão da armadura longitudinal (efeito de pino); ruptura por esmagamento do concreto, destacada pela propagação de fissuras na seção da viga até a zona comprimida; ruptura por falha na ancoragem da armadura, demonstrada pelo efeito de arco na viga, no qual a fissura inclinada reduz a ligação entre a armadura e o concreto; e ruptura por esmagamento das bielas, onde as elevadas tensões principais de compressão proporcionam o rompimento das vigas, de modo que a armadura transversal não sofra escoamento. A Figura 2.13 representa, esquematicamente, os modos de falhas por cisalhamento em vigas de CRFA.

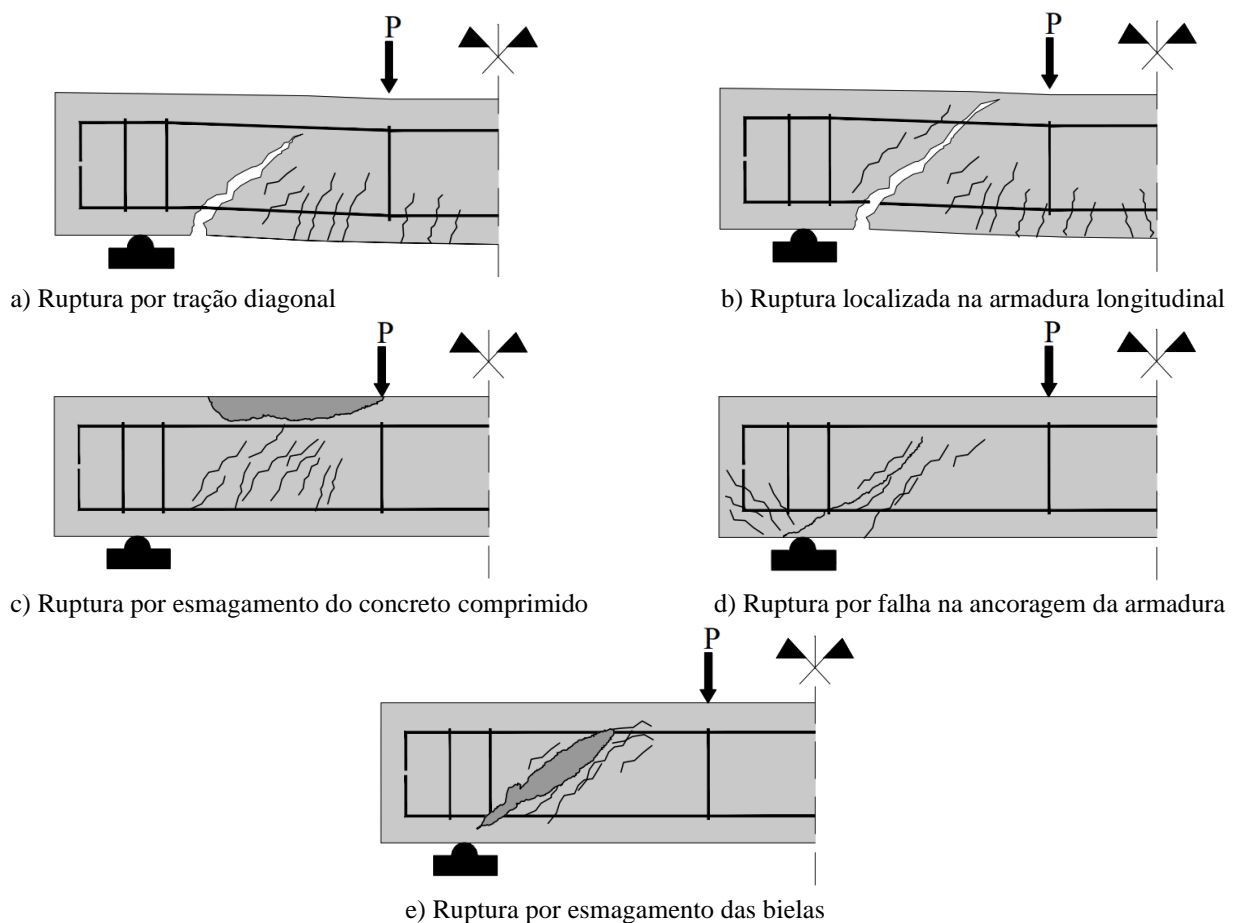


Figura 2.13 – Modos de ruptura por cisalhamento em vigas de CRFA. (Adaptada de Barros, 2009).

Kerskin (2017) descreve que a adição de fibras de aço ao concreto aumenta a resistência ao cisalhamento, de acordo com a taxa de armadura longitudinal de tração. Hwang *et al.* (2013), denotam que as fibras de aço aumentam a resistência ao cisalhamento em 30%, quando adicionadas com volumes variando entre 1% e 1,5%. A Figura 2.14 representa as componentes de forças de cisalhamento em uma seção de viga de concreto.

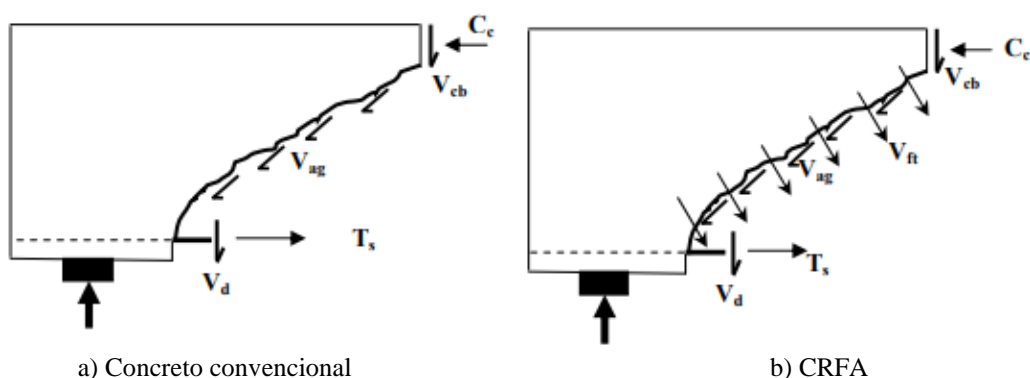


Figura 2.14– Componentes de força de cisalhamento. (Adaptado de Shoaib *et al.*, 2012).

Abad *et al.* (2019) afirmam que, após o início da fissuração, quatro mecanismos atuam na resistência ao cisalhamento, sendo estes: o efeito do pino, as tensões residuais, o intertravamento dos agregados e a ação do concreto na região comprimida da viga. Nos casos de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, a resistência fornecida por estas depende da orientação das fibras, da tensão de arrancamento e do seu volume de fibras. Fibras distribuídas perpendicularmente à trinca são mais eficazes ao combate de fissuras diagonais. A Figura 2.15 demonstra os mecanismos de resistência ao cisalhamento em uma viga de concreto armado.

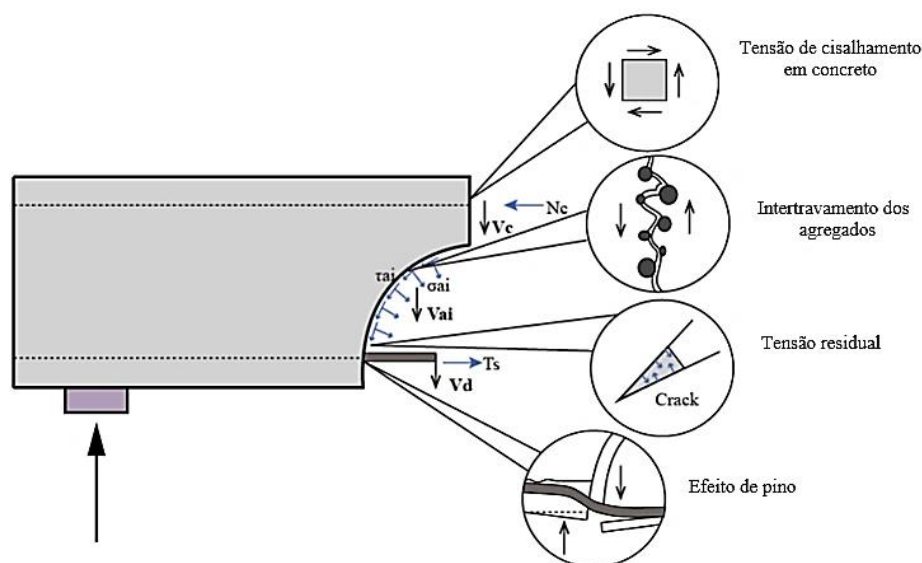


Figura 2.15 – Mecanismos de resistência ao cisalhamento em CRFA. (Adaptada de Abad *et al.*, 2019).

Minelli & Plizzari (2008) corroboram que as fibras de aço contribuem para o reforço ao cisalhamento de vigas de concreto, demonstrando sua capacidade em substituir as armaduras transversais. Parra-Montesinos (2007) afirma que as fibras de aço são alternativas viáveis para o combate ao cisalhamento em vigas de concreto armado. Segundo Vitor *et al.* (2017), a adição de fibras de aço do tipo *hooked-end* ao concreto elevam a resistência ao cisalhamento em vigas submetidas à flexão, alterando seu padrão de fissuramento. Outros pesquisadores propuseram que as fibras de aço beneficiam as propriedades mecânicas do concreto, tais como Abduljabar & Abbas (2022), Taqi *et al.* (2021), Laufer & Savaris (2021), Biolzi & Cattaneo (2017), Kazemi *et al.* (2017), Barros & Figueiras (1999), Lee & Barr (2004), Wang *et al.* (2010), entre outros.

2.2. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

Esta seção consiste em elucidar algumas abordagens metodológicas para o dimensionamento da tensão de cisalhamento em vigas de CRFA. Estes modelos de dimensionamento foram prescritos pelas normas RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e NBR 16935 (ABNT, 2021).

2.2.1. RILEM TC 162-TDF (2003)

A) Vigas de CRFA sem armadura transversal

RILEM TC 162-TDF (2003) informa que o modelo de cálculo de cisalhamento é adequado para vigas que contenham armaduras longitudinais de flexão. Em vigas com altura constante, considera-se que esta possui zona comprimida e tracionada, distantes pelo braço de alavanca (z). A Figura 2.16 ilustra o modelo de bielas considerado por esta norma, onde o braço de alavanca interno correspondente ao momento fletor máximo da viga, considerado para o cisalhamento, em um valor aproximado de $0,9 \cdot d$, desconsiderando o efeito da armadura longitudinal; α é o ângulo da armadura de cisalhamento em relação ao eixo longitudinal, com intervalo de 45° a 90° ; θ é o ângulo da biela do concreto em relação ao eixo longitudinal; F_s é a força de tração atuante na armadura de flexão; F_c é a força de compressão no concreto na direção do eixo longitudinal e S é o espaçamento entre os estribos.

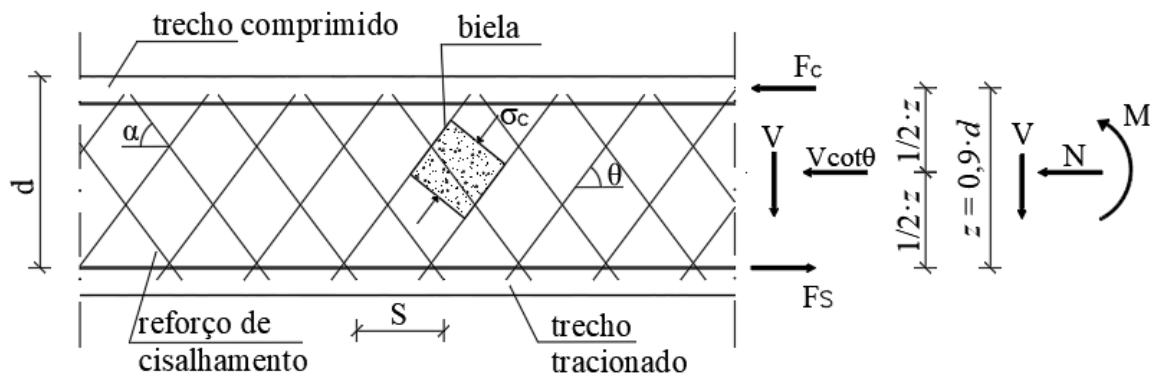


Figura 2.16 – Modelo de bielas em vigas de CRFA. (Adaptada de RILEM TC 162-TDF, 2003).

A RILEM TC 162-TDF (2003) determina o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas reforçadas com fibras de aço sem armaduras transversais como a soma entre a parcela resistente colaborada pelo concreto e a parcela de contribuição das fibras de aço, segundo a Equação 2.9:

$$V_{CRFA} = V_{cd} + V_{fd} \quad \text{Eq. 2.9}$$

Os termos desta equação, V_{cd} e V_{fd} correspondem, respectivamente às parcelas de resistência do concreto e das fibras, conforme as Equações 2.10 e 2.11:

$$V_{cd} = 0,12 \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_c} \quad \text{Eq. 2.10}$$

$$V_{fd} = 0,7 \cdot k_f \cdot k_I \cdot \tau_{fd} \quad \text{Eq. 2.11}$$

Onde:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2 \quad (\text{com } d \text{ em mm});$$

$$\rho \leq 0,02;$$

$$k_f = 1, \text{ para vigas retangulares};$$

$$k_I = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2 \quad (\text{com } d \text{ em mm});$$

$$\tau_{fd} = 0,12 \cdot f_{R4} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Onde: ρ é a taxa de armadura longitudinal; d é a altura útil da viga; f_c' é a resistência à compressão do concreto; k_f é o coeficiente que considera a contribuição da mesa em vigas com

seção T, para vigas retangulares é 1; f_{R4} é a tensão residual, τ_{fd} é o valor de cálculo da parcela da resistência ao cisalhamento contribuída pelas fibras de aço.

B) Vigas de CRFA com armadura transversal

RILEM TC 162-TDF (2003) determina que a resistência ao cisalhamento de vigas reforçadas com fibras de aço com estribos é obtida pela Equação 2.13.

$$V_{CRFA} = V_{cd} + V_{fd} + V_{wd} \quad \text{Eq. 2.13}$$

Os componentes desta expressão, V_{cd} e V_{fd} referem-se, respectivamente às parcelas resistidas pelo concreto e pelas fibras de aço, calculadas conforme descrito nas Equações 2.10 e 2.11. A parcela resistida pelos estribos é dada pela Equação 2.14.

$$V_{wd} = \frac{A_{sw}}{S_w} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (1 + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad \text{Eq. 2.14}$$

Onde: A_{sw} é a área da armadura transversal; S_w é o espaçamento entre estribos; f_{ywd} é a tensão da armadura transversal passiva, sendo o menor valor entre f_{yd} ou 435 MPa; θ é ângulo do campo de compressão, adotado como 45°; α é o ângulo dos estribos em relação ao eixo longitudinal, adotado como 90°.

2.2.2. Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)

Recentemente, houve a publicação da *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*. Esta norma atualizou o método de dimensionamento de resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Nesta modernização, a norma prescreveu a adoção de três de níveis de aproximação para o cálculo dos parâmetros necessários à obtenção da força cisalhante de projeto em vigas de CRFA. Estes níveis são delimitados pela resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), tensão de escoamento do aço (f_y), pela altura efetiva de cisalhamento (z_v) e diâmetro máximo dos agregados (d_g), conforme descrito a seguir.

A) Vigas de CRFA sem armadura transversal

Para o cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem armadura transversal, a *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*, determina a utilização da Equação 2.15 para todos os níveis de aproximação.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,FRC} \quad \text{Eq. 5.15}$$

Nesta expressão, os termos $V_{Rd,c}$ e $V_{Rd,FRC}$ correspondem, respectivamente, as parcelas resistentes ao cisalhamento contribuídas pelo concreto e pelo concreto com fibras de aço. O valor de $V_{Rd,c}$ é obtido através da Equação 2.16, enquanto $V_{Rd,FRC}$ é calculado pela Equação 2.17.

$$V_{Rd,c} = K_{v,FRC} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z_v \cdot b_w \quad \text{Eq. 2.16}$$

$$V_{Rd,FRC} = \frac{K_S \cdot f_{FTU}}{\gamma_F} \cdot \cot \theta_F \cdot z_v \cdot b_w \quad \text{Eq. 2.17}$$

De modo genérico, o parâmetro γ_c é coeficiente do concreto, equivalente a 1,5; b_w é a largura da viga; $\sqrt{f_{ck}} \geq 8 \text{ MPa}$; z_v é dado por $0,9 \cdot d$; f_{FTU} é obtido pela Equação 2.18; K_s é adotado como 0,64; γ_F é o coeficiente de segurança, adotado como 1,4. O termo $K_{v,FRC}$ é calculado de acordo com o nível de aproximação adotado. Na Equação 2.18, f_{R3} é a tensão residual do CRFA.

$$f_{FTU} = \frac{f_{R3}}{3} \quad \text{Eq. 2.18}$$

a.1) Nível I de Aproximação (Level I Approximation)

O Nível I de aproximação é delimitado pelos seguintes fatores: o $f_{ck} \leq 70 \text{ MPa}$; $z_v \leq 800 \text{ mm}$; $f_y \leq 500 \text{ MPa}$ e diâmetro máximo do agregado não inferior a 10 mm. O termo $K_{v,FRC}$ presente na Equação 2.16 é calculado a partir da Equação 2.19. O ângulo θ_F , corresponde a inclinação do campo de compressão do CRFA, calculado através da Equação 2.21.

$$K_{v,FRC} = \frac{0,4}{\left(1 + 750 \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}\right) + \zeta} \cdot \frac{1300}{1000 + 1,25 \cdot z_v} \quad \text{Eq. 2.19}$$

Onde: ζ é o coeficiente de redução do concreto devido a abertura de fissura, dado como:

$$\zeta = \left(20 - 7000 \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}\right) \cdot \frac{f_{FTU}}{f_{ck}} \geq 0 \quad \text{Eq. 2.20}$$

$$\theta_F = 29^\circ + 3500 \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \text{Eq. 2.21}$$

a.2) Nível II de Aproximação (Level II Approximation)

Este nível de aproximação é delimitado pela altura da viga, a qual não dever ser superior aos 800 mm ($h \leq 800$ mm). Neste nível, o termo $K_{v,FRC}$ presente na Equação 2.16 é obtido mediante a Equação 2.22. O ângulo θ_F , é dado a partir da Equação 2.26.

$$K_{v,FRC} = \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot \varepsilon_x) + \zeta} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg} \cdot z_v} \quad \text{Eq. 2.22}$$

Onde:

$$\varepsilon_x = \frac{f_{yd}}{(2 \cdot E_s)} \quad \text{Eq. 2.23}$$

$$\zeta = (20 - 14000 \cdot \varepsilon_x) \cdot \frac{f_{FTU}}{f_{ck}} \geq 0 \quad \text{Eq. 2.24}$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{Eq. 2.25}$$

Caso a viga apresente $z_v \geq 800$ mm e $f_{ck} \geq 70$ MPa, o valor de k_{dg} será igual a 2.

$$\theta_F = 29^\circ + 7000 \cdot \varepsilon_x \quad \text{Eq. 2.26}$$

a.3) Nível III de Aproximação (Level III Approximation)

Neste nível de aproximação, o parâmetro $K_{v,FRC}$ é calculado através da Equação 2.27. O ângulo θ_F , é dado a partir da Equação 2.26. A deformação ε_x é calculada pela Equação 2.23. O termo k_{dg} é obtido pela Equação 2.25. Os parâmetros f_{FTU} , f_{Fts} e w_u são calculados, respectivamente, pelas Equações 2.28, 2.29 e 2.30.

$$K_{v,FRC} = \frac{1,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg} \cdot z_v} \quad \text{Eq. 2.27}$$

$$f_{FTU} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,57 \cdot f_{R3} + 0,26 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. 2.28}$$

$$f_{Fts} = 0,37 \cdot f_{R1} \quad \text{Eq. 2.29}$$

$$w_u = (0,2 + 1000 \cdot \varepsilon_x) \cdot \left(\frac{1000 + k_{dg} \cdot d_v}{1300} \right) / \cos \theta_F \geq 0,5 \text{ mm} \quad \text{Eq. 2.30}$$

B) Vigas de CRFA com armadura transversal

A *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* recomenda que o dimensionamento ao cisalhamento de vigas de CRFA com armadura transversal seja calculado através da Equação 2.31.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,FRC} + V_{Rd,S} \leq V_{Rd,máx} \quad \text{Eq. 2.31}$$

Nesta expressão, os termos $V_{Rd,c}$, $V_{Rd,FRC}$ e $V_{Rd,S}$ correspondem, respectivamente, as parcelas de resistência ao cisalhamento contribuídas pelo concreto, pelo concreto com fibras de aço e pela armadura transversal. O valor de $V_{Rd,c}$ é obtido através da Equação 2.32; $V_{Rd,FRC}$ é calculado pela Equação 2.33 e $V_{Rd,S}$ é dado pela Equação 2.34.

$$V_{Rd,c} = K_{v,FRC} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z_v \cdot b_w \quad \text{Eq. 2.32}$$

$$V_{Rd,FRC} = \frac{K_S \cdot f_{FTU}}{\gamma_F} \cdot \cot \theta_F \cdot z_v \cdot b_w \quad \text{Eq. 2.33}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{Sw}}{S_w} \cdot z_v \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad \text{Eq. 2.34}$$

Assim como na metodologia de cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem estribos, a *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* determina três níveis de aproximação para aquelas com armadura transversal. Além disto, o parâmetro γ_c é coeficiente do concreto, equivalente a 1,5; b_w corresponde a largura da viga; $\sqrt{f_{ck}} \geq 8\text{MPa}$; z_v é dado por $0,9 \cdot d$; f_{FTU} é obtido pela Equação 2.18; K_s é adotado como 0,64; γ_F é o coeficiente de segurança, adotado como 1,4. O termo $K_{v,FRC}$ é calculado de acordo com o nível de aproximação adotado.

b.1) Nível I de Aproximação (Level I Approximation)

Considerando o Nível I de Aproximação com $z_v \leq 800$ mm, a parcela resistida pela concreto ($V_{Rd,c}$) é nula. Assim a Equação 2.30, torna-se para este caso, a Equação 2.35. O ângulo θ_F , é dado a partir da Equação 2.21.

$$V_{Rd} = \frac{K_S \cdot f_{FTU}}{\gamma_F} \cdot \cot \theta_F \cdot z_v \cdot b_w + \frac{A_{Sw}}{S_w} \cdot z_v \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad \text{Eq. 2.35}$$

Onde: A_{Sw} - Área da armadura dos estribos; S_w - Espaçamento de estribos; $K_S = 0,64$ e $\theta = \theta_F$.

b.2) Nível II de Aproximação (Level II Approximation)

O Nível II de Aproximação considera as vigas com $z_v \leq 800$ mm. O projeto de vigas de CRFA com estribos é dado pela Equação 2.31, seguindo a metodologia apresentada no Nível II de Aproximação para vigas de CRFA sem armadura transversal, acrescentando ao cálculo a parcela $V_{Rd,s}$. Deste modo, tem-se a Equação 2.36:

$$V_{Rd} = K_{v,FRC} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z_v \cdot b_w + \frac{K_S \cdot f_{FTU}}{\gamma_F} \cdot \cot \theta_F \cdot z_v \cdot b_w + \frac{A_{Sw}}{S_w} \cdot z_v \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad \text{Eq. 2.36}$$

Onde: $K_{v,FRC}$ é adquirido mediante a Equação 2.22; O ângulo θ_F , é dado a partir da Equação 2.26; A deformação ε_x é resultante da Equação 2.23; ζ é obtido pela Equação 2.24; k_{dg} é calculado pela Equação 2.25; O ângulo $\theta = \theta_F$, dado pela Equação 2.26 e $K_S = 0,64$.

b.3) Nível III de Aproximação (Level III Approximation)

No Nível III de Aproximação, o projeto de vigas de CRFA com estribos é dado pela Equação 2.31, semelhantemente a metodologia recomendada no Nível III de Aproximação para vigas de CRFA sem estribos, somada a parcela $V_{Rd,s}$. Assim, tem-se a Equação 2.37:

$$V_{Rd} = K_{v,FRC} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot z_v \cdot b_w + \frac{K_S \cdot f_{FTU}}{\gamma_F} \cdot \cot \theta_F \cdot z_v \cdot b_w + \frac{A_{Sw}}{S_w} \cdot z_v \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad \text{Eq. 2.37}$$

Onde: $K_{v,FRC}$ é alcançado pela Equação 2.27; O ângulo θ_F , é dado a partir da Equação 2.26; A deformação ε_x é resultante da Equação 2.23; ζ é obtido pela Equação 2.24; k_{dg} é calculado pela Equação 2.25; O ângulo $\theta = \theta_F$, dado pela Equação 2.26; $K_S = 0,64$; $CMOD_3$ é abertura de fissura, considerada como 2,5 mm. Os parâmetros f_{FTU} e f_{Fts} são calculados, respectivamente, pelas Equações 2.28 e 2.29, enquanto que w_u é obtido através da Equação 2.38.

$$w_u = (0,2 + 1000 \cdot \varepsilon_x) / \cos \theta_F \geq 0,5 \text{ mm} \quad \text{Eq. 2.38}$$

2.2.3. NBR 16935 (ABNT, 2021)

As expressões definidas na NBR 16935 (ABNT, 2021) são semelhantes àquelas expressas no *Model Code 10 (fib Bulletin 66, 2012)*, com diferença quanto a taxa de armadura longitudinal, a qual, a norma brasileira não propõe o limite máximo de 2%. A norma brasileira foi publicada anteriormente ao lançamento da *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*. A Figura 2.17 representa o modelo constitutivo para dimensionamento de vigas submetidas às solicitações normais provenientes de compressão, tração, flexão ou flexo-compressão.

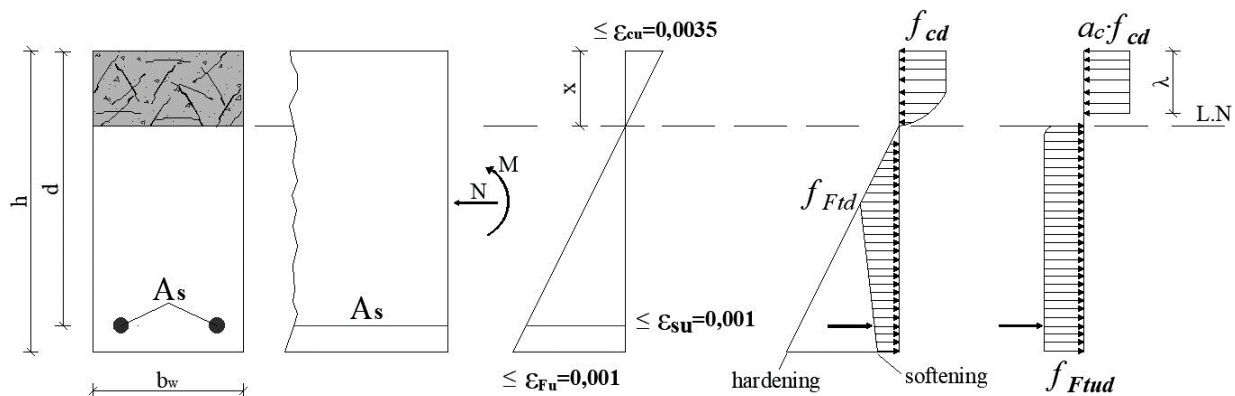


Figura 2.17 – E.L.U. para momento fletor e força normal em vigas de CRFA. (Adaptado de NBR 16935, ABNT 2021).

Observa-se na Figura 2.17 as indicações do comportamento mecânico pós-fissuração do CRFA (*softening*) em que a manutenção de carga permanece abaixo da carga do limite de proporcionalidade (valor da força de tração), e comportamento mecânico pós-fissuração do CRFA em que a manutenção de carga fica acima da carga do limite de proporcionalidade (*hardening*).

A) Vigas de CRFA sem armadura transversal

Para dimensionamento de vigas de CRFA submetidas ao cisalhamento no Estado Limite Último (E.L.U), a NBR 16935 (ABNT, 2021) determina que a resistência do elemento estrutural, em sua seção transversal, deve atender a condição: força cortante solicitante de cálculo é menor ou igual a força cortante de cálculo do CRFA ($V_{sd} \leq V_{Rd,F}$), segundo a Equação 2.39:

$$V_{Rd,F} = \left\{ \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left[100 \cdot \rho_l \cdot \left(1 + 7,5 \cdot \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) \cdot f_{ck} \right]^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,Fmin} \quad \text{Eq. 2.39}$$

Onde:

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{Rl}; \quad \text{Eq. 2.40}$$

γ_c – o coeficiente de ponderação do concreto reforçado com fibras, dado como 1,5;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad \text{Eq. 2.41}$$

$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{RI}) \geq 0 \quad \text{Eq. 2.42}$$

d – altura útil da viga;

b_w – largura da viga;

σ_{cp} – tensão média na seção transversal do concreto;

ρ_l – taxa de armadura longitudinal;

f_{Ftuk} – a resistência característica à tração direta do CRFA. Para calcular f_{Ftuk} , usar $w_u = 1,5$ mm;

$CMOD_3$ – abertura de fissura, considerada como 2,5 mm;

f_{ctk} – resistência característica do concreto à tração direta;

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto;

f_{RI} – resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_I = 0,5$ mm;

f_{R3} – resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_3 = 2,5$ mm.

O valor de $V_{Rd,Fmín}$ é determinado pela Equação 2.43:

$$V_{Rd,Fmín} = (v_{mín} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad \text{Eq. 2.43}$$

Onde $v_{mín}$ é calculado pela Equação 2.44.

$$v_{mín} = 0,035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad \text{Eq. 2.44}$$

$V_{Rd,Fmín}$ é obrigatoriamente inferior ao valor de $V_{Rd,máx}$, calculado pela Equação 2.45.

$$V_{Rd,máx} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \quad \text{Eq. 2.45}$$

Na Equação 2.46, o coeficiente k_c é dado por:

$$k_c = 0,5 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,5 \quad \text{Eq. 2.46}$$

B) Vigas de CRFA com armadura transversal

A NBR 16935 (ABNT, 2021) determina que o projeto da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA com armadura transversal é dada mediante a Equação 2.47. Nesta expressão, o termo $V_{Rd,F}$ é obtido pela Equação 2.39 e V_{Sw} correspondente a parcela resistida pelos estribos, a qual é calculada conforme a Equação 2.48.

$$V_{Rd} = V_{Rd,F} + V_{Sw} \quad \text{Eq. 2.47}$$

$$V_{Sw} = \frac{A_{Sw}}{S_w} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad \text{Eq. 2.48}$$

Onde: A_{sw} é a área da armadura transversal; S_w é o espaçamento entre estribos; d é a altura útil da viga, f_{ywd} é a tensão da armadura transversal passiva, sendo o menor valor de f_{yd} ou 435 MPa; α é o ângulo dos estribos em relação ao eixo longitudinal, adotado como 90°.

2.3. TRABALHOS PRODUZIDOS – MODELOS PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CRFA SEM ESTRIBOS

Esta seção consiste em apresentar os métodos de dimensionamento da tensão de cisalhamento em vigas de CRFA sem estribos, elaborados pelos pesquisadores Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999).

2.3.1. Modelo desenvolvido por Zhang *et al.* (2016)

Zhang *et al.* (2016) desenvolveram o cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem estribos, considerando a Teoria do Campo de Compressão Modificado (*Modified Compression Field Theory-MCFT*). Neste estudo, para elaborar a resistência ao cisalhamento, os autores consideraram as condições de equilíbrio de forças nas vigas, a compatibilidade de deformação e equações constitutivas de materiais adequadas para o CRFA. Em seguida, aplicaram o modelo a um banco de dados disponíveis na literatura, avaliando sua efetividade e precisão, comparando-o com os métodos empíricos de Narayanan & Darwish (1987), Ashour

et al. (1999), Kwak *et al.* (2002), Yakoub (2011), Sharma (1986), Khuntia *et al.* (1999) e Shahnewaz & Alam (2014).

Zhang *et al.* (2016) propuseram dois métodos para dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço sem armadura transversal, definidos de acordo com a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil (a/d).

a) Vigas de CRFA sem estribos com $a/d < 2,5$: a resistência ao cisalhamento é dada pela Equação 2.49.

$$\tau_{CRFA} = 2,5 \cdot d/a \cdot \left[\beta \cdot \sqrt{f_c'} + \frac{1}{3} \cdot a \cdot \tau_f \cdot V_f \cdot (1+f) \cdot \cot \theta \right] \quad \text{Eq. 2.49}$$

b) Vigas de CRFA sem estribos com $a/d \geq 2,5$: a resistência ao cisalhamento é calculada pela Equação 2.50.

$$\tau_{CRFA} = \beta \cdot \sqrt{f_c'} + \frac{1}{3} \cdot a \cdot \tau_f \cdot V_f \cdot (1+f) \cdot \cot \theta \quad \text{Eq. 2.50}$$

Nestas expressões, ε_l = deformação de tração estimada; $\theta = 45^\circ$; $f = 0$, é o coeficiente de atrito entre o concreto e a fibra; V_f é a fração volumétrica das fibras de aço; f_c' é a resistência à compressão característica da viga; a é o fator de forma das fibras (l/d_f); o coeficiente β é calculado por $\frac{0,33 \cdot \cot \theta}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_l}} \cdot (1 - V_f)$ e τ_f é a tensão média de ligação da fibra com a matriz de concreto, definida por $0,68 \cdot \sqrt{f_c'}$.

Zhang *et al.* (2016) informam que os principais benefícios das fibras de aço ocorrem após o início da fissuração do CRFA, tendo em vista que estas atuam perpendicularmente às fissuras, distribuindo as tensões entre as faces seccionadas. A amplitude da transferência destas resistências na área fissurada depende das características mecânicas das fibras de aço e do concreto. Esta transferência ocorre pela resistência ao atrito de arrancamento das fibras na matriz de concreto e pela carga cisalhante sobre a abertura na interseção da fibra de aço com a

fissura principal. A Figura 2.18 representa a distribuição das componentes de carga em uma fibra transferida perpendicular e paralelamente à fissura.

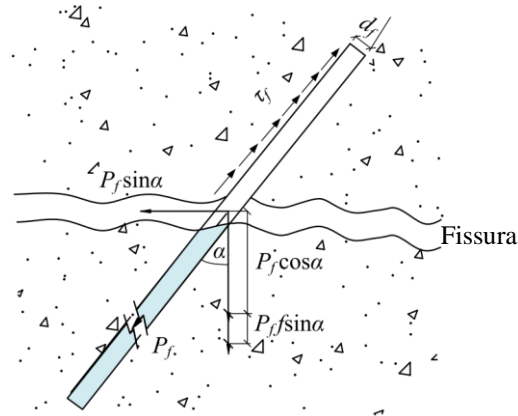


Figura 2.18 – Distribuição de tensões em uma fibra de aço. Fonte: Zhang *et al.* (2016).

Zhang *et al.* (2016) compararam seu modelo de tensão cisalhante com os valores de resistências experimentais de 139 vigas de CRFA, bem como, outros quatro métodos existentes, apresentando melhores resultados do que estes. Os autores concluíram que o método proposto apresentou precisão, denotando média (MED) de 1,07; desvio padrão (DP) de 0,22 e coeficiente de variação (CV) equivalente a 21%, este último compatível com os CV dos demais autores comparados, oscilando entre 0,01 e 0,02%.

2.3.2. Modelo desenvolvido por Kwak *et al.* (2002)

Kwak *et al.* (2002) desenvolveram seu modelo para prever a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem armaduras transversais, partindo da expressão elaborada por Zsutty (1971). Em sua proposta, consideraram a influência da resistência à tração e a parcela de resistência contribuída pelas fibras de aço ao cisalhamento. Os autores propuseram que a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçadas com fibras de aço sem estribos pode ser calculada pela Equação 2.51.

$$\tau_{CRFA} = 3,7 \cdot e \cdot f_{spfc}^{2/3} \cdot \left(\rho \cdot \frac{d}{a} \right)^{1/3} + 0,8 \cdot v_b \quad \text{Eq. 2.51}$$

Onde:

e – arco de ação da fibra, considerado como: $e = 1$, para $a/d > 3,4$; $e = 3,4 \cdot d/a$, para $a/d \leq 3,4$.

a/d – relação entre o vão de cisalhamento e altura útil;

ρ – taxa de armadura longitudinal;

v_b – tensão de arrancamento da fibra, calculado por: $v_b = 0,41 \cdot \tau \cdot F$ (MPa);

τ – tensão média de ligação da fibra com a matriz, considerada como 4,15 MPa, mediante recomendações de Swamy *et al.* (1974).

Na Equação 2.51, o termo f_{spfc} corresponde a resistência à compressão do concreto com fibras de aço, obtido pela Equação 2.52.

$$f_{spfc} = \frac{f_{cuf}}{(20 - \sqrt{F})} + 0,7 + 1\sqrt{F} \quad \text{Eq. 2.52}$$

Nesta expressão, f_{cuf} é a resistência à compressão do cubo de concreto com fibra, calculado por $1,2 \cdot f_c'$ (MPa); o fator de fibra (F) é obtido pelo produto entre o fator de forma (l_f/d_f), a fração volumétrica das fibras (V_f) e o fator de ligação (D_f), conforme elucidado na Equação 2.53. O valor do fator de ligação depende do tipo de fibra utilizado, sendo: 0,5 para fibras redondas (*rounds*), 0,75 para fibras onduladas (*crimped fibers*) e 1 para fibras recortadas (*indented fibers*) e fibras com gancho (*hooked*).

$$F = \left(\frac{l_f}{d_f} \right) \cdot V_f \cdot D_f \quad \text{Eq. 2.53}$$

Para análise do seu método de cálculo, Kwak *et al.* (2002) constituíram um banco de dados composto por 139 vigas de CRFA rompidas ao cisalhamento, através do qual avaliaram as expressões empíricas existentes na literatura e estimaram o seu modelo matemático. Além disso, os autores realizaram ensaios em 12 vigas de CRFA com volumes de fibras equivalentes a 0%, 0,5% e 1,5%, com resistência à compressão variando entre 31 e 65 MPa. Kwak *et al.* (2002) evidenciaram que a resistência ao cisalhamento aumentou com o acréscimo nos valores de V_f e de f_c' . A Figura 2.19 representa o esquema de ensaio de flexão das vigas realizado pelos referidos autores.

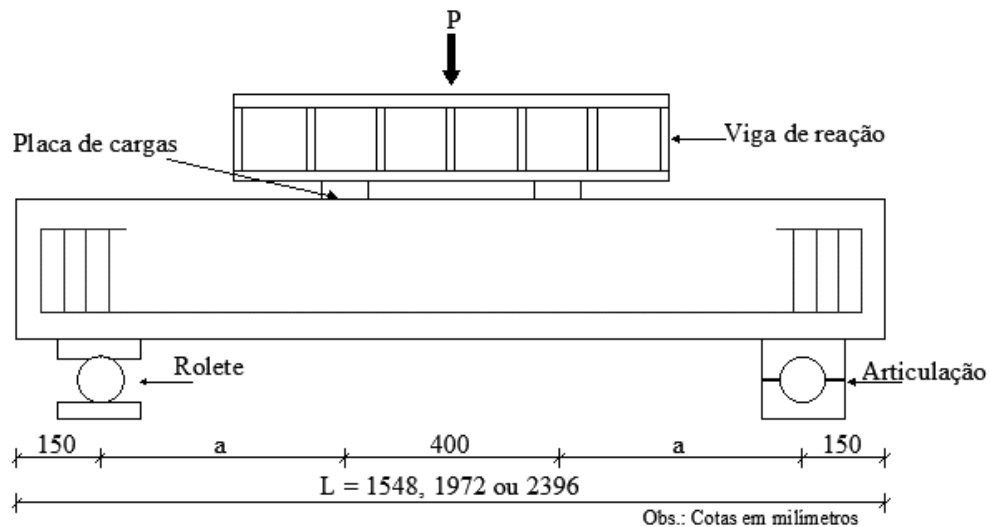
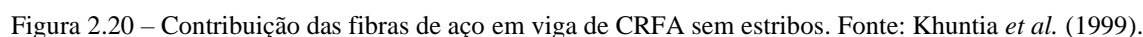


Figura 2.19 – Detalhe esquemático do ensaio de flexão das vigas. (Adaptado de Kwak *et al.*, 2002).

A expressão elaborada foi comparada com os modelos criados por Sharma (1986), Ashour *et al.* (1999) e Narayanan & Darwish (1987). Os autores concluíram que, dentre as propostas analisadas, Kwak *et al.* (2002) afirmam que sua equação demonstrou resultados mais precisos, assim como o proposto por Narayanan & Darwish (1987). O método de Kwak *et al.* (2002) obteve média de 1,00 na relação entre tensão de cisalhamento experimental e teórica (τ_{exp} / τ_{teo}), desvio padrão (DP) de 0,15 e coeficiente de variação (CV) de 15%, enquanto a proposta de Narayanan & Darwish (1987) apresentou CV de 15,65%, com DP de 0,18 e Média de 1,15.

2.3.3. Modelo desenvolvido por Khuntia *et al.* (1999)

Khuntia *et al.* (1999) afirmam que a determinação de uma expressão matemática de aplicação generalizada e fácil para cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA de resistências à compressão normal quanto de alta resistência, é essencial para a praticidade da utilização das fibras de aço no reforço ao cisalhamento. No desenvolvimento de sua proposta, Khuntia *et al.* (1999) consideraram que a resistência ao cisalhamento em uma viga de CRFA sem armadura transversal é determinada pela soma da parcela resistente contribuída pelo concreto e pela parcela resistente colaborada pelas fibras de aço e que, as forças cisalhantes atuam, em uma viga de CRFA sem estribos, na região de uma fissura diagonal com ângulo de 45° . A Figura 2.20 representa a contribuição das fibras de aço em uma viga de CRFA sem estribos.



a) Para vigas de CRFA sem estribos com $a/d < 2,5$ utiliza-se a Equação 2.54:

b) Para vigas de CRFA sem estribos $a/d \geq 2,5$ utiliza-se a Equação 2.55:

Onde:

β – fator para a forma das fibras e tipo de concreto, sendo:

1 [para fibras de aço em gancho (*hooked*) ou ondulado (*crimped*)];

2/3 [para fibras de aço simples (*plain*) ou redondas (*round*) com concreto normal];

3/4 [para fibras de aço gancho (*hooked*) ou ondulado (*crimped*) com concreto leve];

α – fator do efeito de arco; sendo:

1 [considerado (para $a/d \geq 2,5$)]; $2,5 \cdot d/a \leq 3$ [considerado (para $a/d < 2,5$)].

Khuntia *et al.* (1999) compararam sua proposta de dimensionamento com as equações de Swamy *et al.* (1993), Narayanan & Darwish (1987) e outros pesquisadores, aplicando-a em um banco de dados com 68 resistências ao cisalhamento experimentais, o qual possui resistências à compressão (f_c') variando entre 20 e 100 MPa, fator de forma (l_f/d_f) de 0,25 a 1,33; fração volumétrica das fibras (V_f) de 0,5 a 2% e taxas de armadura longitudinal no intervalo de 1,1 a 5,7%.

Os autores concluíram que as fibras de aço contribuíram para o acréscimo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA sem estribos, e este aumento é decorrente de maiores valores de resistência à compressão do concreto e fator de formas das fibras. Dentre as propostas comparadas na análise das relações entre as resistências experimentais e teóricas, o modelo dos autores obteve melhores resultados, destacando-se com uma média no valor de 1,34; desvio padrão de 0,27 e coeficiente de variação de 20%, enquanto Swamy *et al.* (1993) e Narayanan & Darwish (1987) apresentaram, respectivamente, CV de 28,3% e 31,5%.

▪ COMPARAÇÃO DOS PARÂMETROS

Os modelos apresentados anteriormente possuem similaridades e disparidades entre os parâmetros utilizados em suas expressões para determinação da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA. A Tabela 2.3 noticia os parâmetros presentes em cada metodologia.

Tabela 2.3 – Parâmetros presentes nos modelos de cálculo.

Autores	Parâmetros																	
	b_w	d	a	f_c'	ρ_l	l_f/d_f	V_f	f_{Rl}	τ_{fd}	γ_c	f_{Fruk}	f_{ctk}	ρ_w	τ_f	f	e	v_b	f_{spfc}
RILEM TC 162-TDF (2003)	x	✓	x	✓	✓	x	x	x	✓	x	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)</i>	✓	✓	x	✓	x	x	x	x	x	✓	✓	x	x	x	x	x	x	x
NBR 16935 (ABNT, 2021)	✓	✓	x	✓	✓	x	x	x	x	✓	✓	✓	x	✓	x	x	x	x
Zhang <i>et al.</i> (2016)	x	✓	✓	✓	x	✓	✓	x	x	x	x	x	x	✓	✓	x	x	x
Kwak <i>et al.</i> (2002)	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	x	x	x	x	x	x	x	✓	✓	✓
Khuntia <i>et al.</i> (1999)	x	✓	✓	✓	x	✓	✓	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

3. METODOLOGIA

Esta tese foi desenvolvida por intermédio de pesquisas bibliográficas, centrada no desenvolvimento e validação de modelos semiempíricos projetados para calcular a tensão de cisalhamento em vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço (CRFA) com e sem armadura transversal. Estes modelos foram produzidos através de regressões não-lineares de bases de dados experimentais pertencentes à publicações de nível internacional, para embasar o desenvolvimento dos métodos de cálculo, assegurando que estes sejam precisos, eficazes e seguros para sua aplicabilidade na área estrutural. A análise de regressão não-linear foi escolhida por sua capacidade de manejar relações complexas entre múltiplos fatores influenciadores, fornecendo assim, uma melhor compreensão dos fenômenos de tensão de cisalhamento em vigas de CRFA.

a) Coleta de dados

Um conjunto de dados abrangente composto por 575 vigas de CRFA, testadas experimentalmente e submetidas à ruptura por cisalhamento, foi reunido. Este compilado foi categorizado em quatro grupos distintos baseados na presença ou ausência de estribos, resultando em dois conjuntos de dados para vigas sem estribos e dois para vigas com estribos. Os grupos estão segregados em: primeiro e segundo BD sem estribos, formado respectivamente, por 100 e 225 vigas; terceiro e quarto BD com estribos, constituído respectivamente, por 100 e 150 vigas. A classificação permitiu uma análise que considera as diferenças estruturais impostas pela presença ou não de armaduras transversais em vigas de CRFA.

b) Desenvolvimento dos métodos

- Modelo de cálculo para vigas de CRFA sem estribos:

Utilizou-se da literatura, os resultados de ensaios experimentais de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço sem armadura transversal para compor o banco de dados inicial. Este foi constituído por 100 vigas de CRFA sem estribos ensaiadas e fraturadas por cisalhamento. Através desta base de dados, fundamentou-se a elaboração do modelo proposto por meio de regressões não-lineares univariadas, considerando parâmetros que influenciam o comportamento da tensão de cisalhamento, como a resistência à compressão (f_c), altura útil da viga (d), vão de cisalhamento (a), taxa de armadura longitudinal (ρ_l), fração volumétrica das

fibras (V_f), fator de forma das fibras de aço (l_f/d_f) e tensão residual (f_{RI}). A Figura 3.1 apresenta o fluxograma com as etapas de criação do modelo.

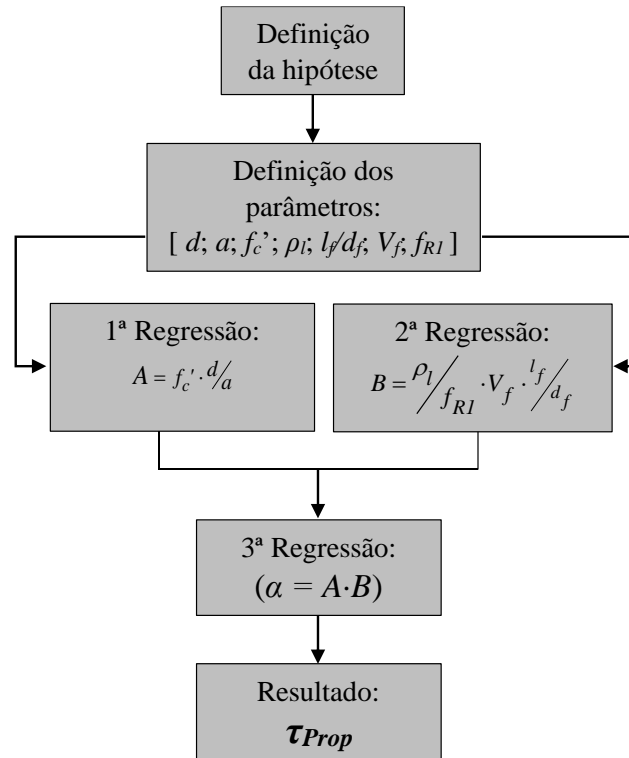


Figura 3.1 – Fluxograma do modelo para vigas de CRFA sem estribos.

- Modelo de cálculo para vigas de CRFA com estribos:

Elencou-se da literatura, os resultados experimentais de vigas de CRFA com armadura transversal para formação do banco de dados independente daquele utilizado no desenvolvimento da proposta de cálculo para vigas de CRFA sem estribos. Esse BD apresenta 100 vigas de CRFA com estribos, rompidas por cisalhamento. Mediante esta base de dados, elaborou-se o método de dimensionamento aplicando regressões não-lineares univariadas, considerando os parâmetros influenciadores citados anteriormente e a taxa de armadura transversal (ρ_w). A Figura 3.2 apresenta o fluxograma com as etapas de criação do método elaborado.

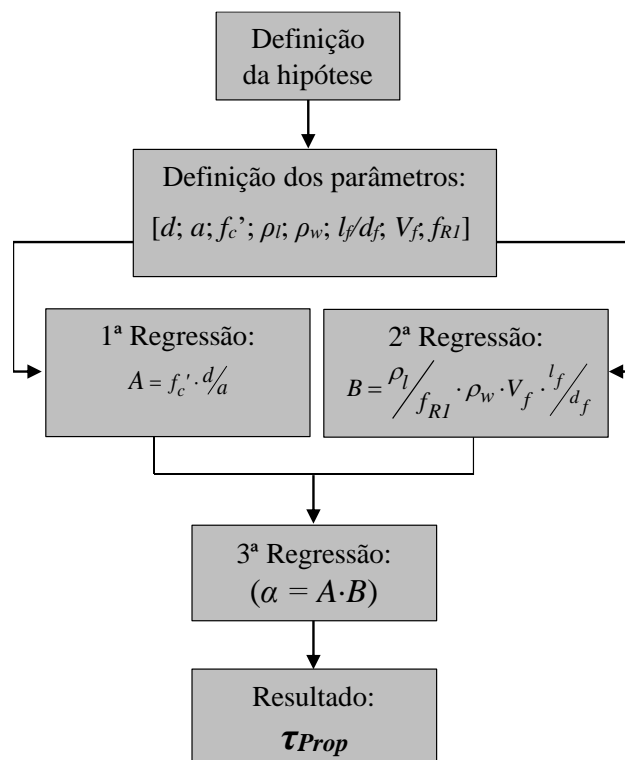


Figura 3.2 – Fluxograma do modelo para vigas de CRFA com estribos.

c) Validação das propostas e análise comparativa

- Modelo de cálculo para vigas de CRFA sem estribos:

Para validar a eficácia e precisão da proposta de equação, ordenou-se outro banco de dados, contendo 225 vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem estribos, avaliadas em ensaios de flexão de três e quatro pontos, rompidas por cisalhamento. Este banco de dados recebeu a aplicação da expressão neste estudo. O desempenho do modelo proposto foi comparado estatisticamente com as normas RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023), NBR 16935 (ABNT, 2021) e estudos de Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999), analisando a relação entre as tensões experimentais e teóricas de cada método.

- Modelo de cálculo para vigas de CRFA com estribos:

De modo análogo, aplicou-se o método alvitrado em outra base de dados independente do inicial, constituída por 150 vigas de CRFA com armadura transversal, rompidas por cisalhamento, comparando estatisticamente seus resultados com os modelos da RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023) e NBR 16935 (ABNT, 2021).

d) Métricas estatísticas e avaliação dos modelos

A avaliação do desempenho dos modelos foi realizada utilizando métricas estatísticas, segundo o Critério de Collins (2001), incluindo média (Med), desvio padrão (DP), coeficiente de variação (CV) e o coeficiente de determinação (R^2). Estas forneceram uma base quantitativa para avaliar a precisão, a confiabilidade e o grau com que os modelos refletem os dados experimentais observados.

e) Resultados e Implicações

Os modelos demonstraram desempenho superior em comparação aos demais existentes na literatura, oferecendo maior precisão, eficácia e menor dispersão nas previsões das tensões de cisalhamento em vigas de CRFA com e sem estribos. Estes resultados destacam a potencialidade dos modelos desenvolvidos como ferramentas efetivas no projeto de dimensionamento de vigas de CRFA, realçando a segurança, a exatidão e a compreensão do comportamento das referidas tensões no elemento estrutural.

Em síntese, esta tese emprega uma metodologia rigorosa que combina o desenvolvimento de modelos baseados em dados com análise estatística abrangente, visando o avanço na área da Engenharia Civil ao propor expressões matemáticas mais precisas, eficazes e também confiáveis para prever a tensão de cisalhamento em vigas de CRFA, evidenciando a factibilidade destas equações para os casos de vigas com e sem armadura transversal.

4. MODELO PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CRFA SEM ARMADURA TRANSVERSAL

4.1. ESTIMATIVA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO

A literatura apresenta inúmeras expressões matemáticas indicadas para o dimensionamento da capacidade resistente ao cisalhamento em vigas de CRFA, tais como as propostas por RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*, NBR 16935 (ABNT, 2021), Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999). Conforme Colajanni *et al.* (2008), alguns modelos são definidos considerando as relações estabelecidas para o concreto convencional, e que o aporte adicional de resistência ao cisalhamento é dependente das propriedades mecânicas do concreto, do número de fibras e de suas características. Este estudo propõe uma abordagem simplificada para o cálculo da resistência ao cisalhamento para vigas de concreto armado, normal e de alta resistência, sem armadura transversal reforçadas com fibras de aço.

O banco de dados apresentado na Tabela 4.1 é composto por 100 vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem armadura transversal, submetidas a ensaios de flexão em três e quatro pontos, que romperam ao cisalhamento. As condições para composição dos bancos de dados incluíram vigas com seção transversal retangular constante, reforço de cisalhamento exercido por fibras de aço, agregados naturais, presença de armadura longitudinal, ausência de armadura transversal, ausência de protensão e o modo de ruína das vigas por cisalhamento.

Quanto às fibras de aço utilizadas, estas foram do tipo *hooked*, *hooked-end*, *crimped*, *flat-end*, *round* e *corrugated*. Nas vigas que compõem o banco de dados, foram desprezados o efeito de arco e o engrenamento dos agregados devido à limitada quantidade de pesquisas que explorem este efeito e que informam o diâmetro máximo dos agregados empregados em seus experimentos. Para cálculo das tensões residuais ($f_{R,i=1,3,4}$), utilizou-se o método elaborado por Moraes Neto (2013), que relaciona estas tensões com o índice de reforço (IR), o qual é obtido pelo produto entre o volume de fibras (V_f) e o fator de forma (l_f/d_f). As resistências residuais são estimadas pelas Equações 4.1 a 4.3.

$$f_{RI} = 7,5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0,8} \quad \text{Eq. 4.1}$$

$$f_{R3} = 6,0 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0,7} \quad \text{Eq. 4.2}$$

$$f_{R4} = 5,5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0,65} \quad \text{Eq. 4.3}$$

Tabela 4.1 – Valores resumidos do Banco de dados.

Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	a/d	ρ_l (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Arsilan <i>et al.</i> (2017)	9	150	500-900	200	2,5-4,5	1,34	9,77-33,68	1,08-2,17	2,56-6,4	54,55	1,0-3,0
Casanova & Rossi (1999)	3	125	652,5	225	2,9	2,21-3,57	90,0	3,5-5,49	6,15	60,0	1,3
Dinh <i>et al.</i> (2011)	23	152-203	1.306,83-2.135	381-610	3,43-3,5	2,0-2,7	28,7-50,8	1,8-3,8	9,92-16,33	54,55-80,0	0,75-1,5
Dupont & Vandewalle (2003)	17	200	655-910	260-305	2,5-3,5	1,15-3,55	26,5-47,6	1,56-5,77	1,31-4,22	45-80	0,25-0,75
Hemstapat <i>et al.</i> (2012)	4	150	700	250	2,8	2,70	36,4-86,8	3,6-5,98	5,44-7,53	67,0	1,0-1,5
Greenough & Nehdi (2008)	9	200	800	265	3,02	1,97	38,0-53,7	1,72-2,86	2,19-4,31	43-50	0,5-1,0
Kwak <i>et al.</i> (2002)	4	125	424-636	212	2,0-3,0	1,5	30,8-68,6	2,55-5,44	0,40-2,96	62,5	0,5
Parra-Montesino <i>et al.</i> (2006)	10	152	1.295,4-1.333,5	381	3,4-3,5	1,96-2,67	31-49,2	2,53-3,77	4,98-6,89	60,0	1,0-1,5
Rawashdeh (2015)	16	120	400-700	178-192	2,2-3,3	5,88	34,5-95,14	2,96-6,69	2,52-6,07	64	0,4-1,2
Swamy & Bahia (1985)	5	175	945	210	4,5	1,95-4,0	35,1-39,8	2,05-3,21	3,6-8,68	100	0,4-1,2
Total =	100 unidades										

A investigação dos dados consistiu em atestar os parâmetros que influenciam sobre a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, estabelecendo linhas de tendência que representam esta contribuição. Ao relacionar os parâmetros do banco de dados com as suas respectivas tensões experimentais, aplicaram-se regressões não-lineares de potência, que revelaram melhores valores nas suas linhas de tendência. Essas relações encontram-se dispostas na Figura 4.1. Os parâmetros relacionados com a tensão de cisalhamento foram: d - altura útil da viga [120-203]

em mm; a - vão de cisalhamento [390-2135], em mm; f_c' - resistência à compressão do concreto [9,77-95,14], em MPa; ρ_l - taxa de armadura longitudinal [1,03-5,88], em %; l/d_f - fator de forma das fibras [43-100] e V_f - fração volumétrica das fibras [0,25-3,0], em %; e f_{RI} - tensão residual do concreto [1,08-6,69], em MPa.

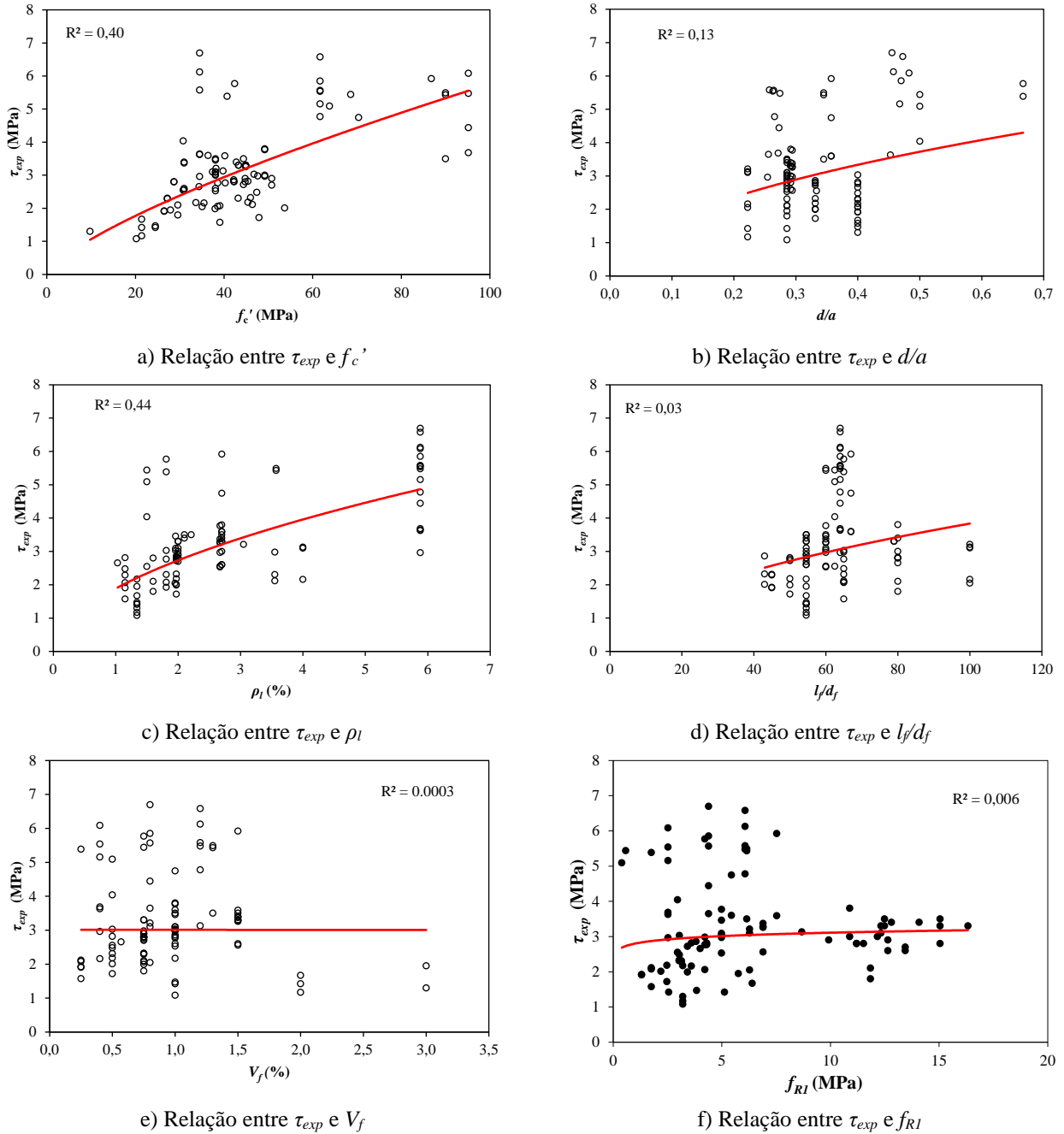


Figura 4.1 – Tensão última e parâmetros do banco de dados.

Realizou-se a análise das relações entre τ_{exp} e os parâmetros listados anteriormente, considerando as suas respectivas proporcionalidades. Um exemplo é o aumento da tensão de cisalhamento, que ocorre de acordo com o acréscimo da taxa de armadura longitudinal (ρ_l).

Com base nesta avaliação, a metodologia para o desenvolvimento da proposta de equação que determina a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, sem armadura transversal, foi estabelecida do seguinte modo:

a) Definiu-se a primeira hipótese: $A = f_c' \cdot d/a$. Realizou-se os cálculos e a correlação dos valores resultantes com as tensões de cisalhamento experimentais (τ_{exp}). Seguidamente, aplicou-se a regressão não-linear destes resultados com as τ_{exp} , conforme mostrado na Figura 4.2.

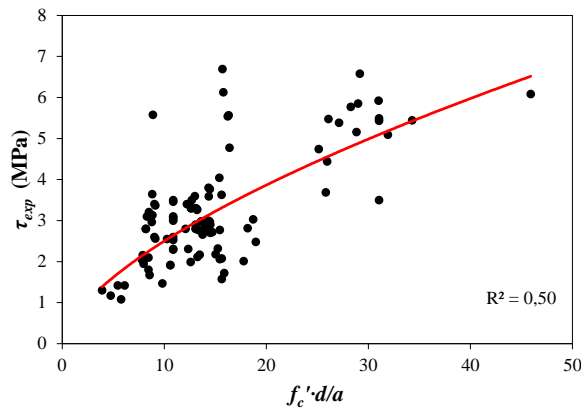


Figura 4.2 – Relação entre τ_{exp} e A .

b) Definiu-se a segunda hipótese: $B = \rho_l / f_{R1} \cdot V_f \cdot l_f / d_f$. Efetuando o cálculo, relacionou-se os valores obtidos com as tensões de cisalhamento experimentais (τ_{exp}). Gerou-se a regressão não-linear destes com τ_{exp} , demonstrada na Figura 4.3.

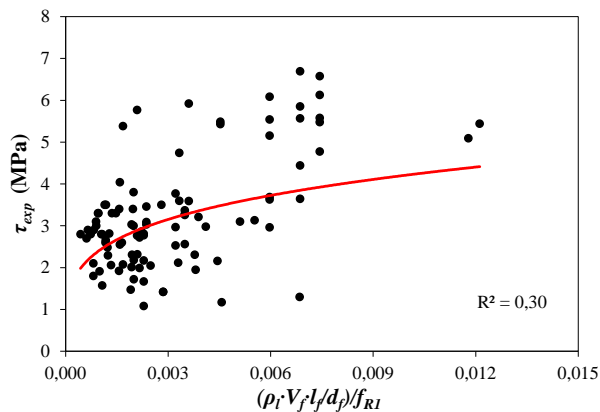


Figura 4.3 – Relação entre τ_{exp} e B .

c) Executando o produto entre as regressões anteriores, isto é, $\alpha = A \cdot B$, procedeu-se em ato contínuo, com a relação entre os valores de tensões teóricas (τ_{teo}) com as tensões experimentais (τ_{exp}), efetuando nova regressão não-linear de τ_{teo} com τ_{exp} .

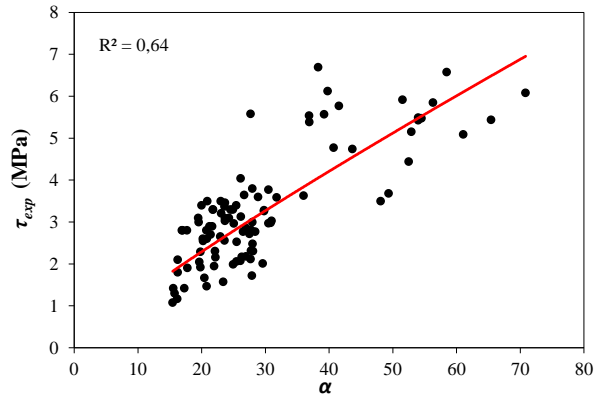


Figura 4.4 – Relação entre τ_{exp} e α .

A regressão entre τ_{exp} x τ_{teo} resultou a Equação 4.4:

$$\tau_{Prop} = c_1 \cdot \left[k_1 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{k_2} \cdot k_3 \cdot \left(\rho_l / f_{Rl} \cdot V_f \cdot l_f / d_f \right)^{k_4} \right]^{c_2} \quad \text{Eq. 4.4}$$

d) Aplicando-se fatores condicionantes sobre os coeficientes da expressão para determinação de novos coeficientes (k_i e c_i) mais adequados à equação, obtém-se a Equação 4.5:

$$\tau_{Prop} = 1 \cdot \left[2 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{0,59} \cdot 2,08 \cdot \left(\rho_l / f_{Rl} \cdot V_f \cdot l_f / d_f \right)^{0,32} \right]^1 \quad \text{Eq. 4.5}$$

Organizando:

$$\tau_{Prop} = 4,16 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{0,59} \cdot \left(\rho_l / f_{Rl} \cdot V_f \cdot l_f / d_f \right)^{0,32} \quad \text{Eq. 4.6}$$

Sabendo que f_{Rl} é calculada pela Equação 4.1, substitui-se na Equação 4.6, e após sua fatoraçoão, obtém-se a Equação 4.7.

$$\tau_{Prop} = 2,16 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{0,59} \cdot \rho_l^{0,32} \cdot \left(V_f \cdot l_f / d_f \right)^{0,06} \quad \text{Eq. 4.7}$$

5. ANÁLISE DA EQUAÇÃO PARA VIGAS DE CRFA SEM ARMADURA TRANSVERSAL

A avaliação da equação proposta foi conduzida mediante sua aplicação em outro banco de dados, constituído de 225 vigas de CRFA sem estribos, submetidas a ensaios de flexão em três e quatro pontos, fraturadas por cisalhamento. Este novo banco é formado exclusivamente por vigas que não estavam incluídas nos dados que fomentaram o método elucidado. A Tabela 5.1 elenca o BD.

Tabela 5.1 – Banco de dados - 225 vigas de CRFA sem estribos utilizado para analisar o desempenho do modelo.

Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	ρ_l (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Al-Ta'an & Al-Neimee (2012)	10	150	350-470	167	1,20	38,3-39,4	1,96-3,03	0,91-2,59	20,5	0,35-1,05
Alzahrani (2018)	2	200	1020	340	1,46	35,5-63,2	2,29-2,63	4,15	63,64	0,75
Araújo <i>et al.</i> (2014)	1	150	850	242,86	3,05	51,67	2,88	8,68	65	2,0
Ashour <i>et al.</i> (1992)	8	125	215-1290	215	2,84-4,58	93,8-99,1	2,93-9,09	3,42-8,24	75	0,5-1,5
Batson <i>et al.</i> (1972)	33	101,6	406-609,6	127	1,9-3,1	33,2-110,0	1,89-7,25	1,77-5,38	75-100	0,22-1,5
Chao <i>et al.</i> (2020)	7	152-305	1418,4-3913	394-1118	2,65-2,82	39-50	2,70-3,5	4,33	67,11	0,75
Cucchiara <i>et al.</i> (2004)	2	150	613,2	219	1,91	40,85-43,93	2,93-3,15	4,98-8,68	60	1,0-2,0
El-Dieb <i>et al.</i> (2014)	3	120	400-600	182	5,75	28-100	2,86-5,72	2,52-6,07	64	0,4-1,2
Gali & Subramaniam (2019)	5	125	350	222	1,45	40,4-45,6	2,89-4,2	3,60-4,98	80	0,5-0,75
Garcia <i>et al.</i> (2021)	5	150	200-600	359,1-657,1	1,06-1,48	33,5	4,59-6,26	4,98	60	1,0
Helinck <i>et al.</i> (2011)	7	100	450	130	1,74	58,4-61,0	2,70-3,66	2,13-4,21	54,55	0,38-0,89
Hwang <i>et al.</i> (2013)	6	100	500	159-165,5	3,46-4,87	35,5-88,0	2,88-4,95	2,86-8,68	60	1,0-2,0
Imam <i>et al.</i> (1985)	4	200	875-2250	500	1,87-3,05	109,5-110	3,53-8,8	4,73	75	0,75
Kannan <i>et al.</i> (2018)	3	100	360	180	1,26-2,86	48,76-86,66	2,84-3,86	2,86	60	0,5
Lim <i>et al.</i> (1987)	4	152	331,5-773,5	221	1,2-2,4	34	2,0-4,38	2,82-4,91	58,82	0,5-1,0
Manju <i>et al.</i> (2017)	3	140	262,5-437,5	175	1,28	82-83,2	3,24-6,32	3,6-6,27	80	0,5-1,0

Tabela 5.1 – Banco de dados - 225 vigas de CRFA sem estribos utilizado para analisar o desempenho do modelo. - CONTINUAÇÃO

Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	ρ_l (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Mansur <i>et al.</i> (1986)	8	152	551,6-709,2	197	1,34-2,0	20,6-33,4	1,50-2,84	2,87-3,96	60	0,5-0,75
Moradi <i>et al.</i> (2021)	3	100	300	100	3,08	33,7-44,1	3,09-4,07	3,09-5,38	44	0,75-1,5
Narayanan & Darwish (1987)	32	85	252-455	126-130	2-5,72	31,92-65,8	1,94-7,15	2,47-13,06	100-133	0,25-3,0
Noghabai (2000)	8	200-300	1200-1700	410-570	3,0-4,3	60,2-91,4	2,98-6,6	3,81-6,63	50-85,71	0,5-1,0
Padmarajaiah & Ramaswamy (2001)	9	105	400	184,5-209	1,43-1,62	66,05-68,23	3,60-5,61	6,28-8,68	80	1,0-1,5
Perceka <i>et al.</i> (2019)	5	100	352,7-705,4	176,35-197,3	0,75-2,5	62,4-82,4	2,64-4,82	8,59	78,95	1,5
Rosenbusch & Teutsch (2002)	5	200	650-1040	260	1,15-3,56	38,7-48,3	2,06-2,98	3,18-4,37	67	0,51-0,76
Shaaban (2006)	5	100	450-650	150	5,36	85-91	5,10-6,7	2,47-4,31	50	0,5-1,0
Schantz (1983)	1	305	1526	545	1,84	32,8	2,03	8,68	80	1,5
Shoaib <i>et al.</i> (2015)	1	310	1650	550	1,19	30	1,82	4,65	55	1,0
Shoaib <i>et al.</i> (2014)	4	300-310	720-1593	240-531	1,88-4,03	41	2,66-3,78	4,65	55	1,0
Solhmirzaei <i>et al.</i> (2019)	2	180	1397	235	0,9-1,2	167	3,36-4,19	7,35	65	1,5
Torres & Lantsoght (2019)	8	100	285	100	4,02	27,8-33,0	2,81-3,78	2,88-5,76	80	0,3-1,2
Uomoto <i>et al.</i> (1986)	17	100	127-840	80-280	1,16-3,54	48-54	2,63-7,24	3,96-6,89	53-60	0,75-1,5
Vitor <i>et al.</i> (2018)	2	150	700	247,5	1,32-1,55	22,32-37,05	1,95-2,93	3,72-4,31	65	0,64-0,77
Yousif <i>et al.</i> (2015)	12	50-152	264-700	128-290	1,56-5,48	29,9-68,6	2,05-5,44	1,2-9,42	46,01-133	0,22-1,75
Total = 225 unidades										
Ano: [1972-2021]; b_w : [50-310 mm]; a : [120-3913 mm]; d : [80-1118 mm]; ρ_l : [0,75-5,75 %]; f_c' : [20,6-167 MPa]; τ_{exp} : [1,5-9,09 MPa]; f_{RI} : [0,25-18,06 MPa]; l_f/d_f [20,5-133]; V_f : [0,22-3,0 %].										

Aplicando a equação modelo no BD de 225 vigas de CRFA sem armadura transversal, obteve-se resultados favoráveis à segurança e melhores em relação as normas e demais propostas, apresentando coeficiente de variação (CV) de 12%. A Figura 5.1 apresenta a relação entre τ_{exp} e τ_{Prop} , evidenciando que os resultados preveem as tensões experimentais com eficiência, tendo

em vista o valor do $R^2 = 0,88$. Isto demonstra que a proposta estima a resistência ao cisalhamento das vigas com precisão considerável.

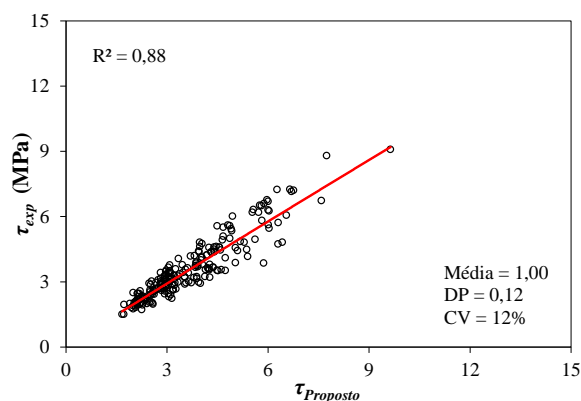


Figura 5.1 – Relação entre τ_{exp} e $\tau_{Prop.}$

A expressão modelo foi avaliada com base no critério *Demerit Points Classification* (DPC) de Collins (2001), através da relação $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$, considerando a acurácia, segurança, e dispersão dos resultados. A Tabela 5.2 denota o resumo estatístico segundo o *DPC* para as 225 vigas estudadas.

Tabela 5.2 – Resumo estatístico utilizando o Critério de Collins (2001).

$\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0,5	Extremamente perigoso	10
[0,5-0,85]	Perigoso	5
[0,85-1,15]	Segurança apropriada	0
[1,15-2,00]	Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservador	2

Considerando o Critério de Collins (2001), o qual delimita que os valores com segurança apropriada compreendem o intervalo entre 0,85 e 1,15, analisou-se a Equação 4.7, identificando que 73% dos resultados encontram-se na referida faixa de valores. A Tabela 5.3 demonstra o resumo estatístico dos resultados do modelo aventado, comparando-os com as normas e as prescrições de outros pesquisadores, indicando a maior precisão de resultados, detalhando as avaliações da relação $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$, segundo a classificação do Critério de Collins (2001), destacando suas respectivas penalidades e coeficientes de variação para o modelo e para as prescrições normativas. Nestes, evidencia-se que a proposta possui menor valor de penalidade, média mais aproximada da unidade e menor desvio padrão em comparação aos demais métodos de dimensionamento avaliados. O gráfico *Box-plot* na Figura 5.2 representa o grau de dispersão entre o modelo proposto e os prescritos na literatura, aplicados ao banco de dados.

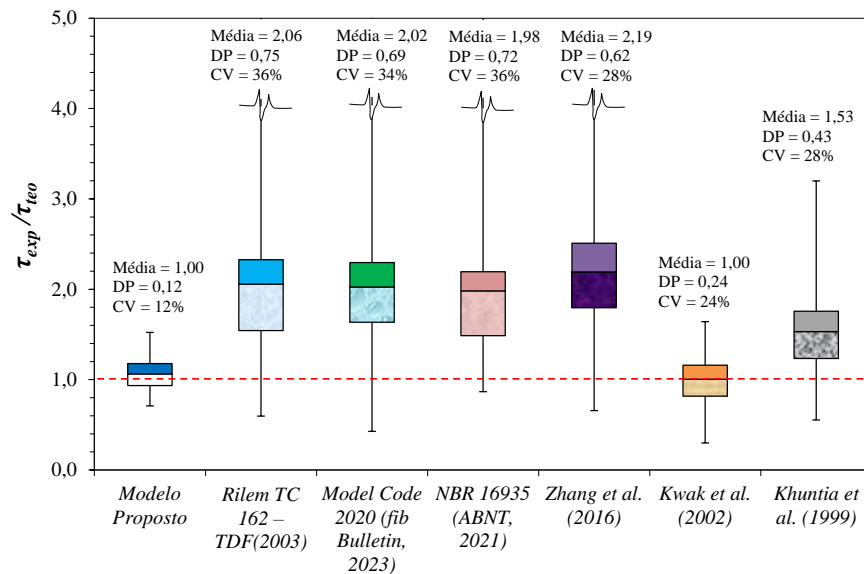
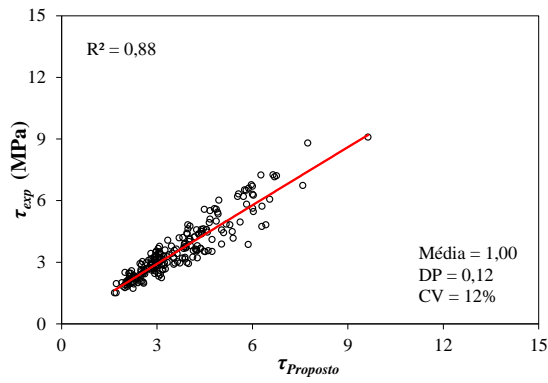


Figura 5.2 – Gráfico Box-plot.

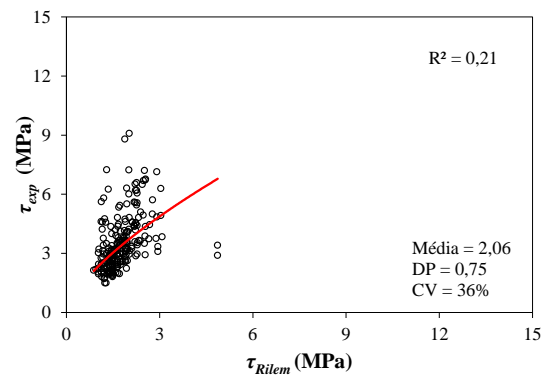
Tabela 5.3 – Resumo estatístico - BD 225 vigas.

Parâmetro	Modelo Proposto		RILEM TC 162-TDF (2003)		Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)		NBR 16935 (ABNT, 2021)		Zhang <i>et al.</i> (2016)		Kwak <i>et al.</i> (2002)		Khuntia <i>et al.</i> (1999)	
λ_i	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.
< 0,5	0	0	0	0	2	20	0	0	0	0	3	30	0	0
0,5-0,85	34	170	2	10	4	20	0	0	3	15	58	290	10	50
0,85-1,15	164	0	2	0	8	0	8	0	7	0	104	0	30	0
1,15-2,00	27	27	121	121	108	108	128	128	72	72	60	60	163	163
$\geq 2,00$	0	0	100	200	103	206	89	178	143	286	0	0	22	44
Total	225	197	225	331	225	354	225	306	225	373	225	380	225	257
Parâmetro	Resumo estatístico													
Média	1,00		2,06		2,02		1,98		2,19		1,00		1,53	
DP	0,12		0,75		0,69		0,72		0,62		0,24		0,43	
CV	12%		36%		34%		36%		28%		24%		28%	

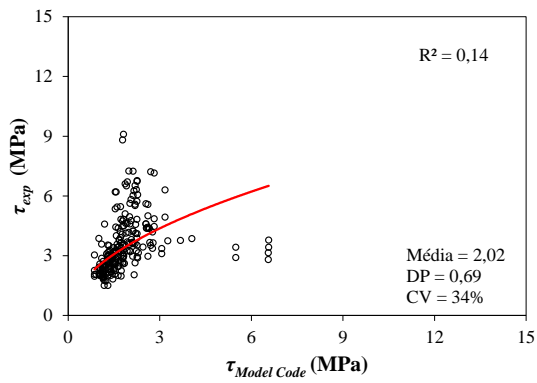
O modelo desenvolvido proporcionou o menor coeficiente de variação e a menor penalidade dentre todas as equações analisadas, com diferença de aproximadamente 67,0% para RILEM TC 162-TDF (2003), 64,87% para *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)*, 67,0% para NBR 16935 (ABNT, 2021), 57,6% para Zhang et al. (2016), 50,0% para Kwak et al. (2002) e 57,3% para Khuntia et al. (1999), asseverando a confinidade com a média ideal entre as tensões experimentais e as tensões teóricas, equivalente a 1. A Figura 5.3 apresenta a dispersão entre τ_{exp} e τ_{teo} dos modelos de cálculo, demonstrando no gráfico 5.3a, a baixa dispersão dos resultados, com os pontos situados próximos à linha de regressão, comparativamente aos demais métodos.



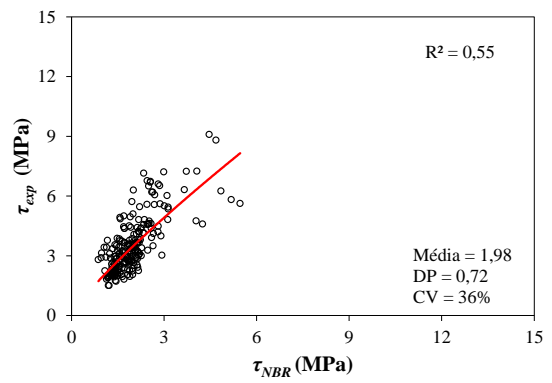
a) Relação entre τ_{exp} e τ_{Prop}



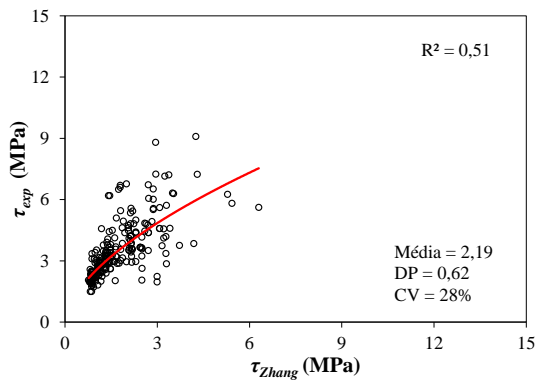
b) Relação entre τ_{exp} e τ_{Rilem}



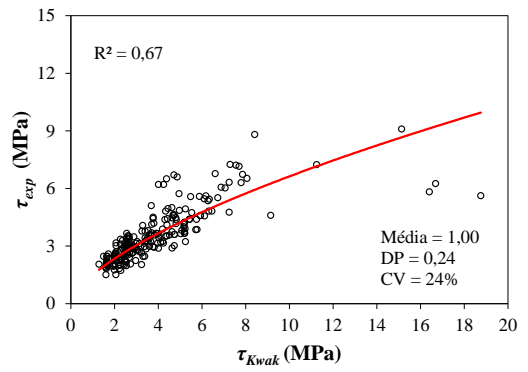
c) Relação entre τ_{exp} e $\tau_{Model Code}$



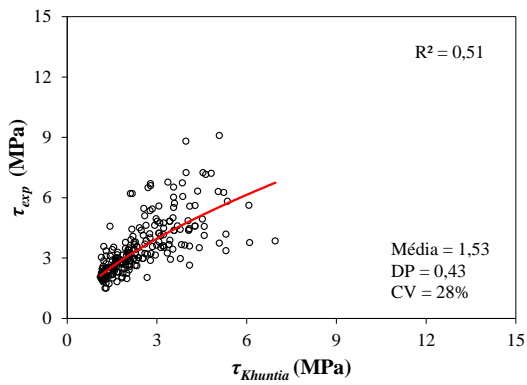
d) Relação entre τ_{exp} e τ_{NBR}



e) Relação entre τ_{exp} e τ_{Zhang}



f) Relação entre τ_{exp} e τ_{Kwak}



g) Relação entre τ_{exp} e $\tau_{Khuntia}$

Figura 5.3 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} .

5.1. PARÂMETROS AVALIADOS NO MODELO

Utilizando o BD com 225 vigas de CRFA, avaliou-se as prescrições de cálculo, correlacionando a razão $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$ com os parâmetros considerados na tensão cisalhante, determinando os pontos que divergem contra a segurança e suas abrangências com as respectivas médias.

5.1.1. Resistência à compressão (f_c')

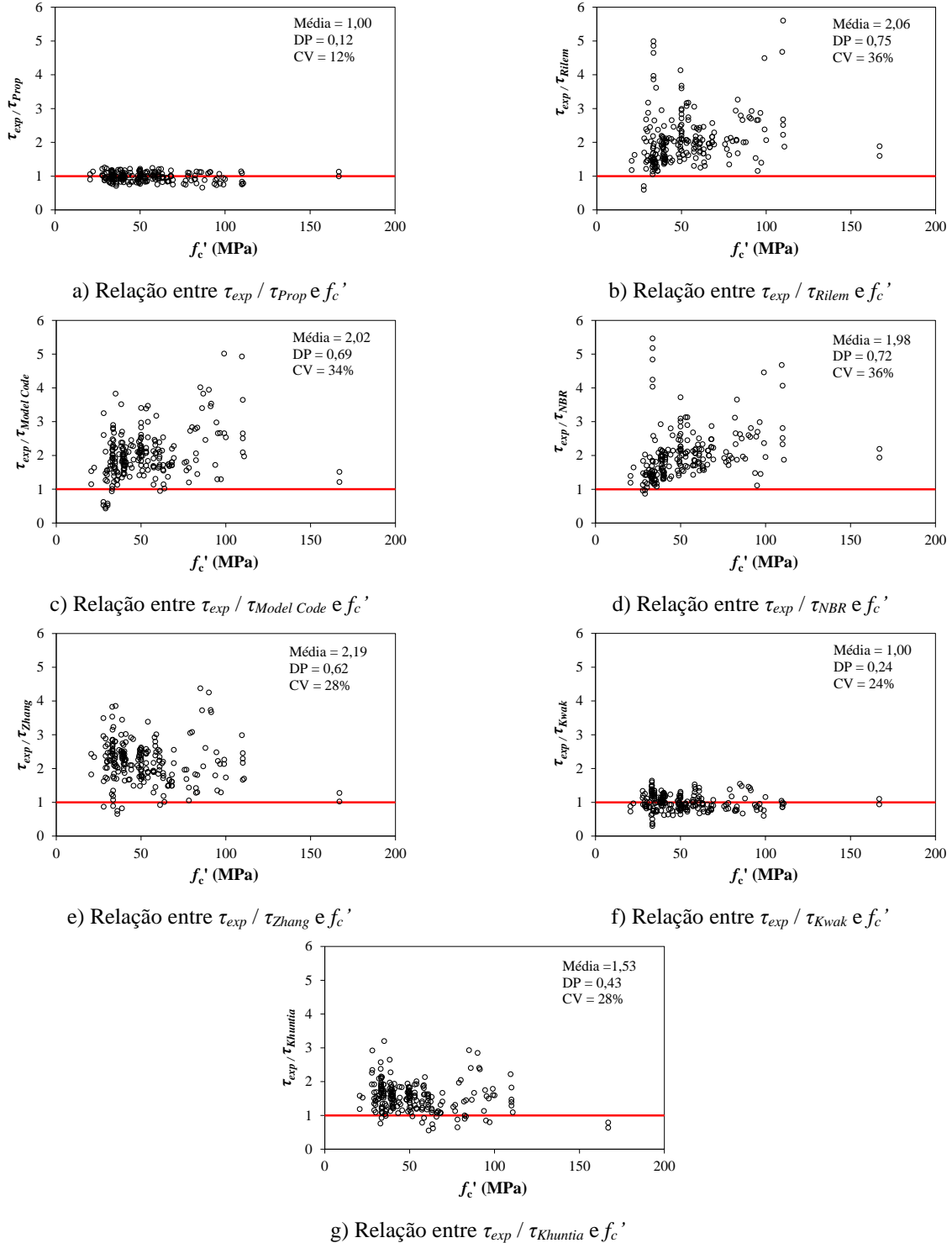


Figura 5.4 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_c' .

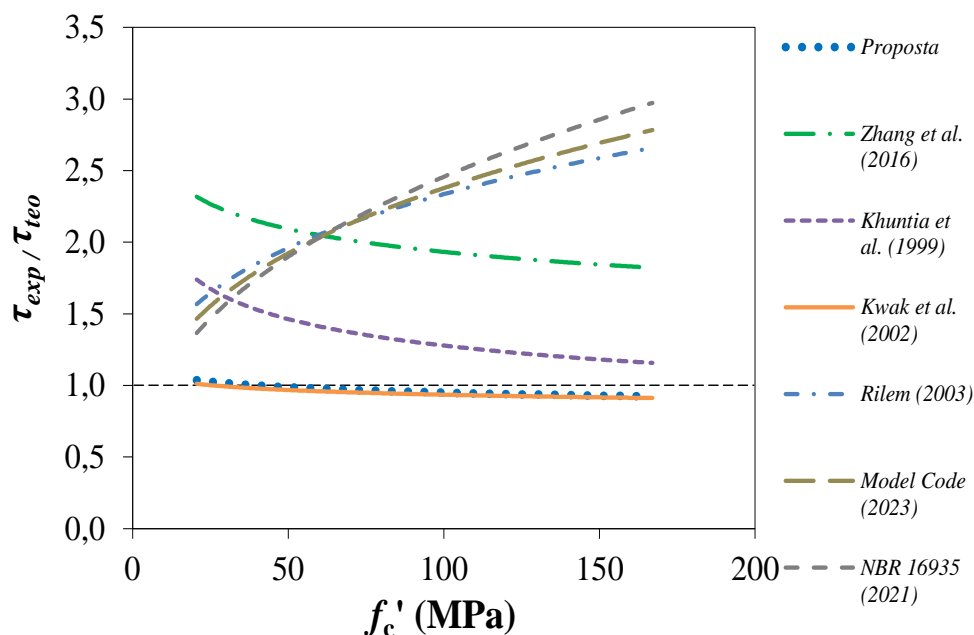
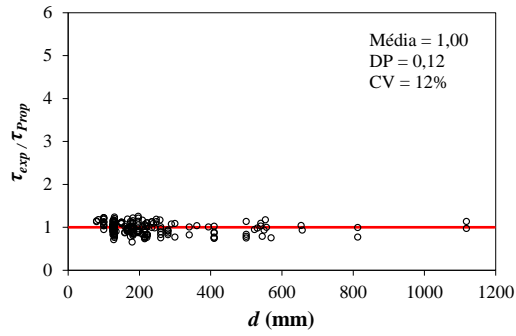


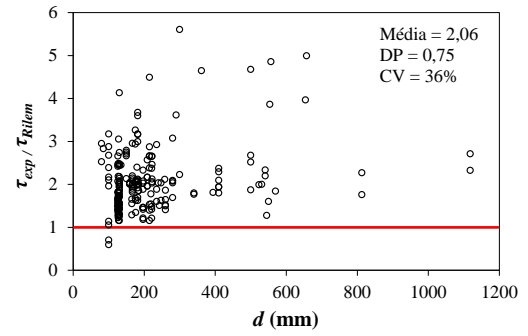
Figura 5.5 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_c .

As Figuras 5.4 e 5.5 expõem que o modelo proposto demonstrou abrangência na totalidade dos valores de resistência à compressão constituintes do banco de dados, apresentando resultados com segurança apropriada [0,85-1,15] em vigas com intervalo de f_c' entre 20,6 e 167 MPa e também, ausência de dados considerados extremamente perigosos. As equações de RILEM TC 162-TDF (2003) e NBR 16935 (ABNT, 2021) demonstraram padrão extremamente conservador em vigas com resistências à compressão superiores a 25 MPa. *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023) apresentou comportamento conservador em vigas com f_c' maior que 25 MPa e extremamente conservador para f_c' maiores que 50 MPa. Zhang *et al.* (2016) apresentou resultados extremamente conservadores em f_c' entre 25 e 120 MPa. Khuntia *et al.* (1999) indicou valores conservadores no intervalo de 20 a 65 MPa. Kwak *et al.* (2002) comprovaram resultados com valores segurança apropriada a partir de 50 MPa, todavia apresentou resultados perigosos e extremamente perigosos, abaixo desta resistência à compressão.

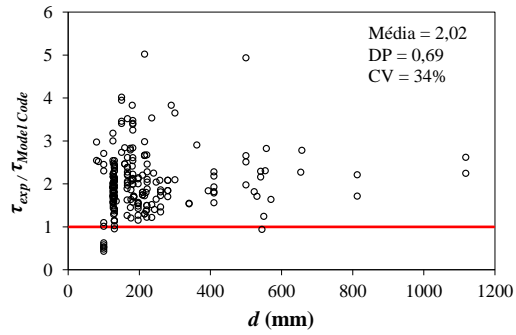
5.1.2. Altura útil (d)



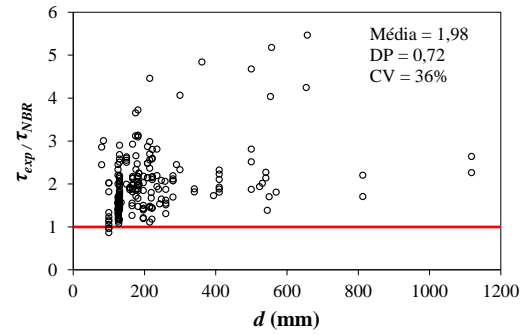
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{prop} e d



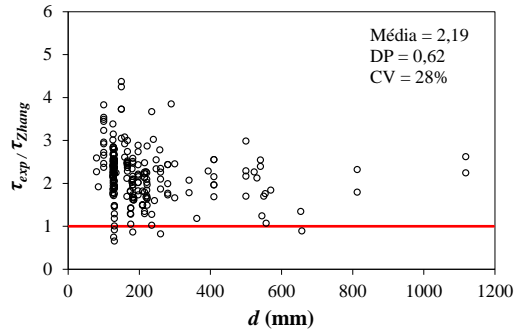
b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e d



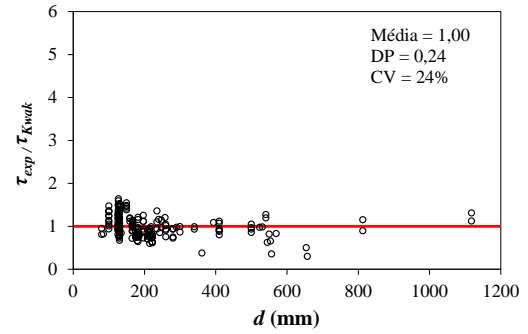
c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model\ Code}$ e d



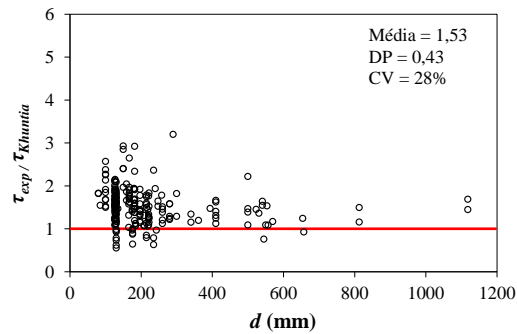
d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e d



e) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Zhang}$ e d



f) Relação entre τ_{exp} / τ_{Kwak} e d



g) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Khuntia}$ e d

Figura 5.6 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e d .

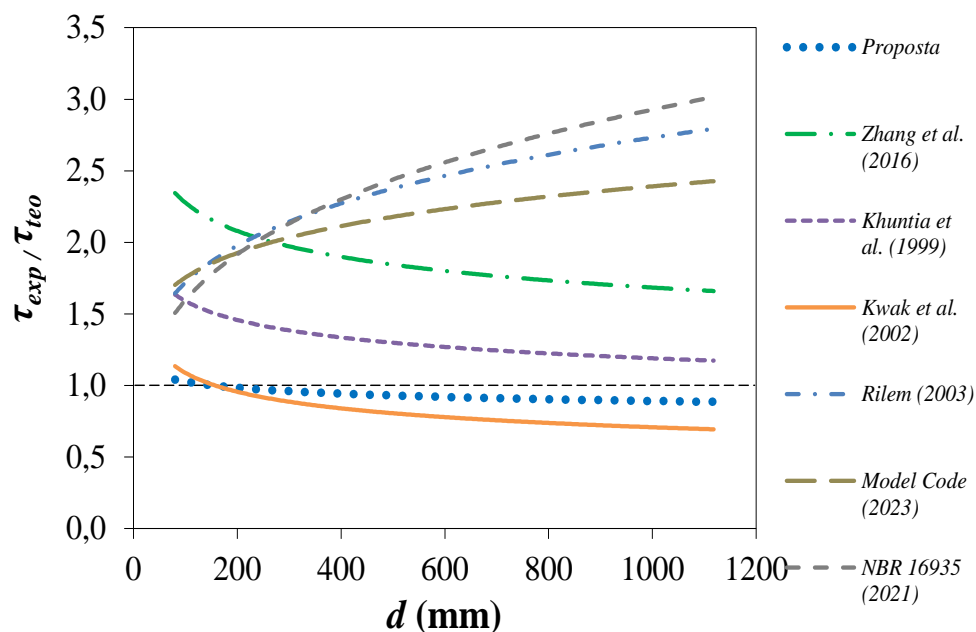
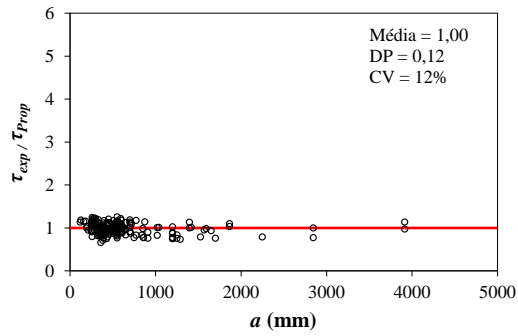


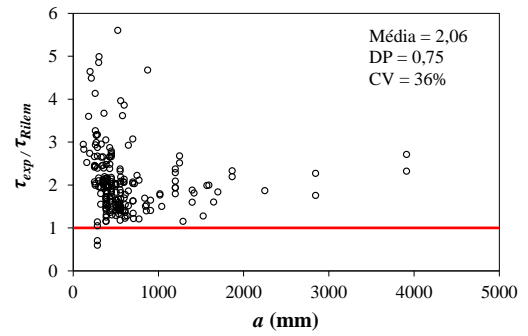
Figura 5.7 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e d .

As Figuras 5.6 e 5.7 apresentam que os métodos de RILEM TC 162-TDF (2003) e NBR 16935 (ABNT, 2021) demonstraram resultados conservadores em vigas com altura útil superiores a 120 mm. *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* apresentou resultados conservadores em vigas com altura útil maior que 160 mm e extremamente conservador em vigas com d maior que este valor. O cálculo de Zhang *et al.* (2016) resultou em valores extremamente conservadores em vigas com d inferiores a 300 mm. Khuntia *et al.* (1999) obteve valores conservadores em todas as amostras. Kwak *et al.* (2002) exibiram resultados considerados perigosos para altura útil superior a 600 mm, contudo obteve pouca dispersão. A equação desenvolvida neste estudo comportou todo o campo amostral, com resultados favoráveis a segurança adequada e menor dispersão que as prescrições normativas e aos demais autores, assim como, inexistência de valores extremamente perigosos.

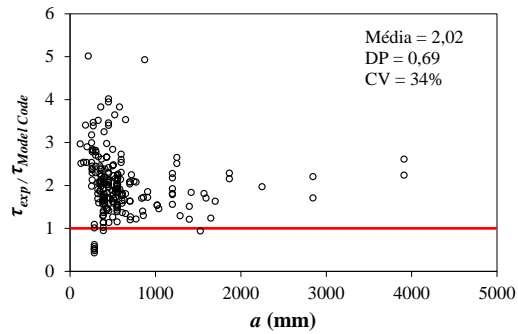
5.1.3. Vão de cisalhamento (a)



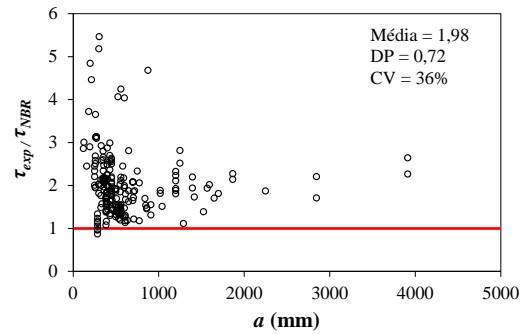
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{prop} e a



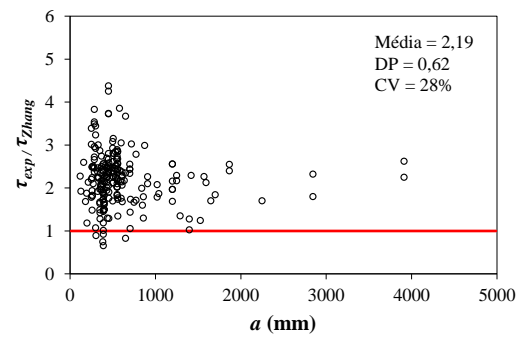
b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e a



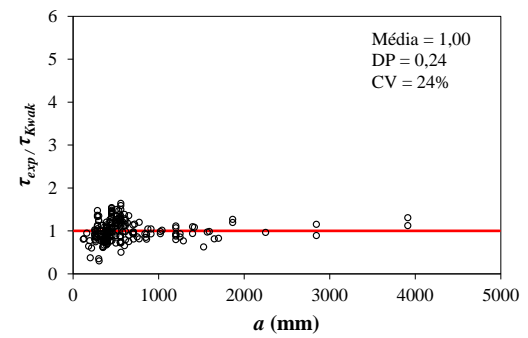
c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model Code}$ e a



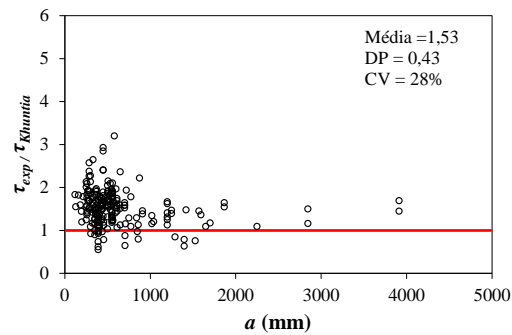
d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e a



e) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Zhang}$ e a



f) Relação entre τ_{exp} / τ_{Kwak} e a



g) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Khuntia}$ e a

Figura 5.8 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e a .

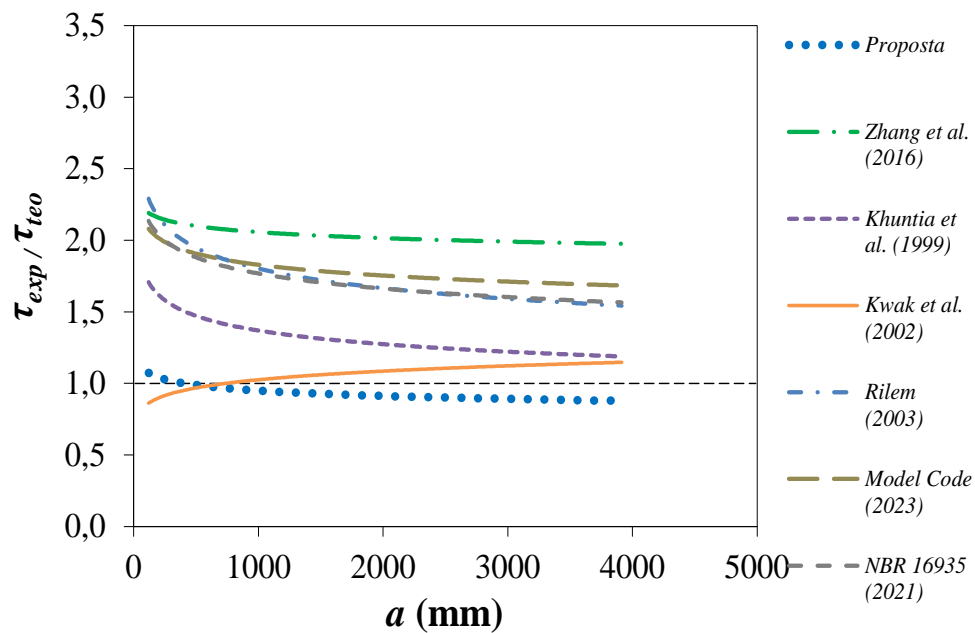
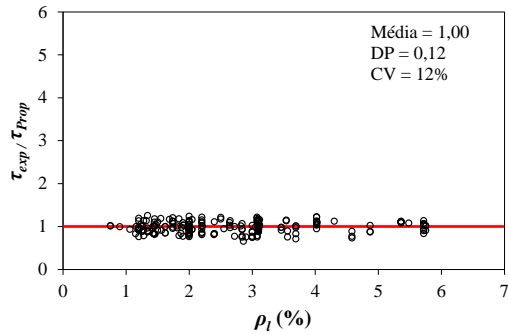


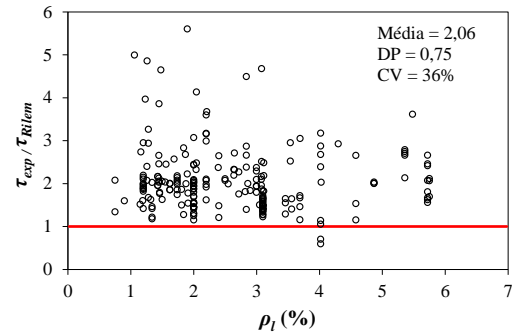
Figura 5.9 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e a .

Considerando o Critério de Collins (2001), as Figuras 5.8 e 5.9 evidenciam que o modelo de Zhang *et al.* (2016) resultou em valores extremamente conservadores na faixa de 120 a 2600 mm, e conservadores acima de 2600 mm. para todo o banco de dados. RILEM TC 162-TDF (2003) e Model Code 2020 (*fib Bulletin*, 2023) denotaram resultados extremamente conservadores em vigas de CRFA com vão de cisalhamento (a) abaixo de 1000 mm. A proposta da NBR 16935 (ABNT, 2021) e Khuntia *et al.* (1999) demonstraram valores conservadores para todas as amostras. Kwak *et al.* (2002) apresentaram resultados considerados perigosos para vigas de CRFA com a abaixo de 900 mm. O modelo proposto contempla a totalidade do campo amostral, alcançando valores dentro da faixa de segurança apropriada [0,85-1,15], bem como menor dispersão e inexistência de dados extremamente perigosos.

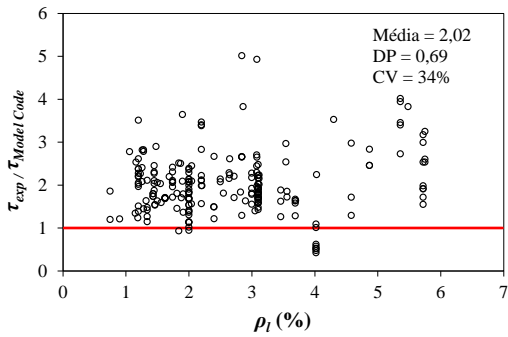
5.1.4. Taxa de armadura longitudinal (ρ_l)



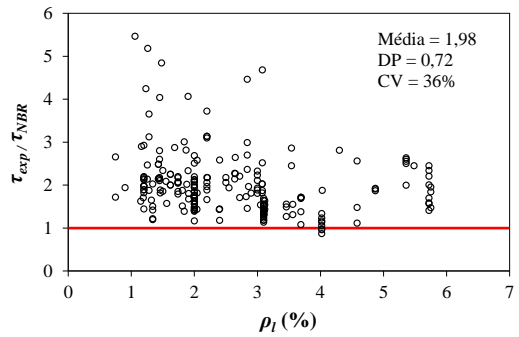
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{Prop} e ρ_l



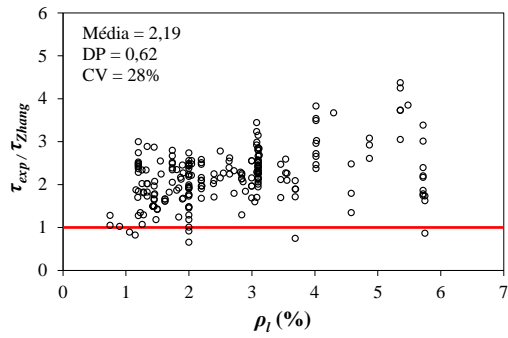
b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e ρ_l



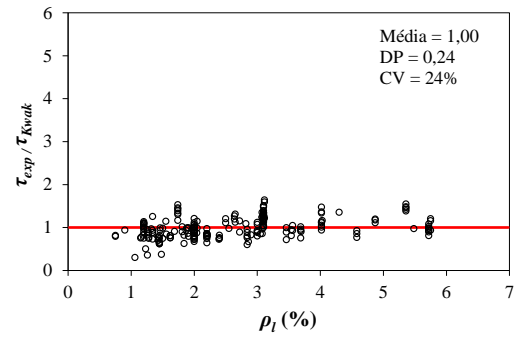
c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model\ Code}$ e ρ_l



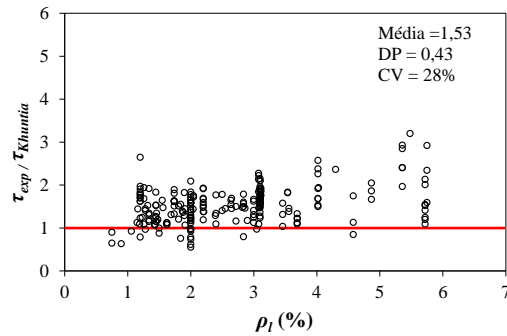
d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e ρ_l



e) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Zhang}$ e ρ_l



f) Relação entre τ_{exp} / τ_{Kwak} e ρ_l



g) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Khuntia}$ e ρ_l

Figura 5.10 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l .

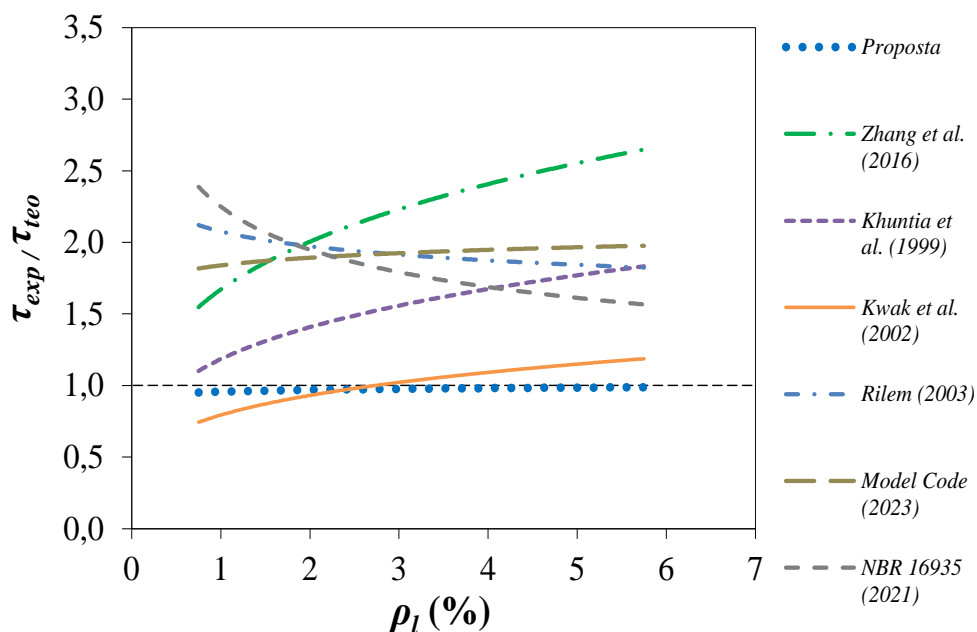
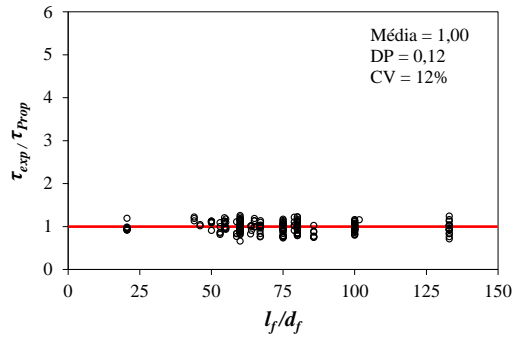


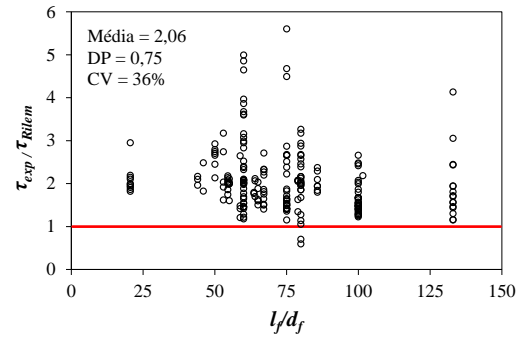
Figura 5.11 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l .

As Figuras 5.10 e 5.11 apresentam que o modelo de Zhang *et al.* (2016) resultou em valores extremamente conservadores a partir de ρ_l superiores a 2% e conservadores abaixo desta referida taxa. RILEM TC 162-TDF (2003) e NBR 16935 (ABNT, 2021) evidenciaram resultados extremamente conservadores em taxas de armaduras longitudinais inferiores à 2% e conservadores para taxas acima desta porcentagem. Os métodos de *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e de Khuntia *et al.* (1999) resultaram valores conservadores para todo os dados de taxa de armadura longitudinal. A equação de Kwak *et al.* (2002) demonstrou resultados considerados perigosos para vigas de CRFA com ρ_l inferior a 0,6%. A proposta desenvolvida alcançou resultados classificados como de segurança apropriada, abrangendo integralmente o banco de dados e sem a presença de valores classificados como extremamente perigosos.

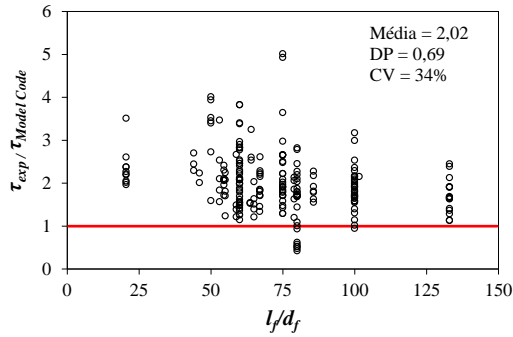
5.1.5. Fator de forma das fibras (l_f/d_f)



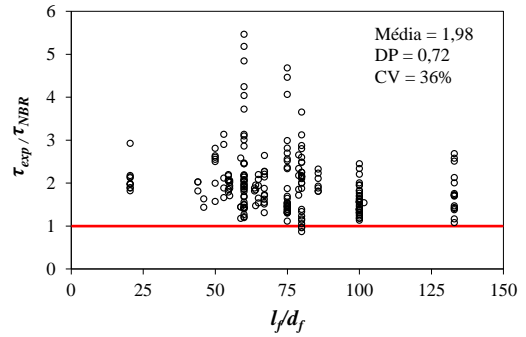
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{Prop} e l_f/d_f



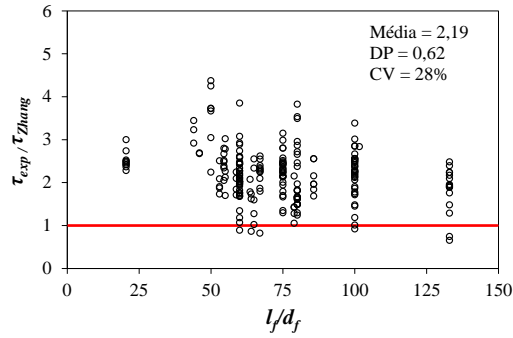
b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e l_f/d_f



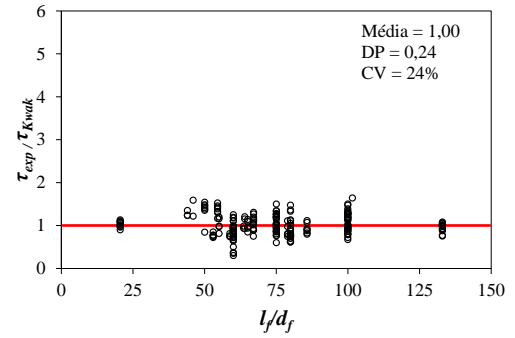
c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model Code}$ e l_f/d_f



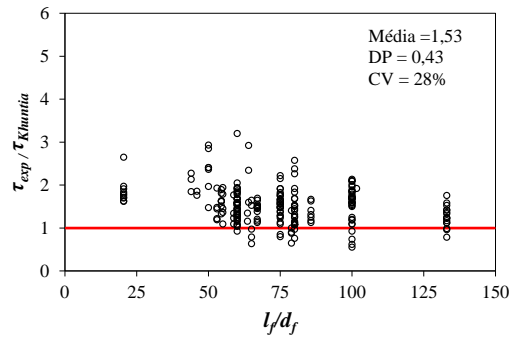
d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e l_f/d_f



e) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Zhang}$ e l_f/d_f



f) Relação entre τ_{exp} / τ_{Kwak} e l_f/d_f



g) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Khuntia}$ e l_f/d_f

Figura 5.12 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{leo} e l_f/d_f .

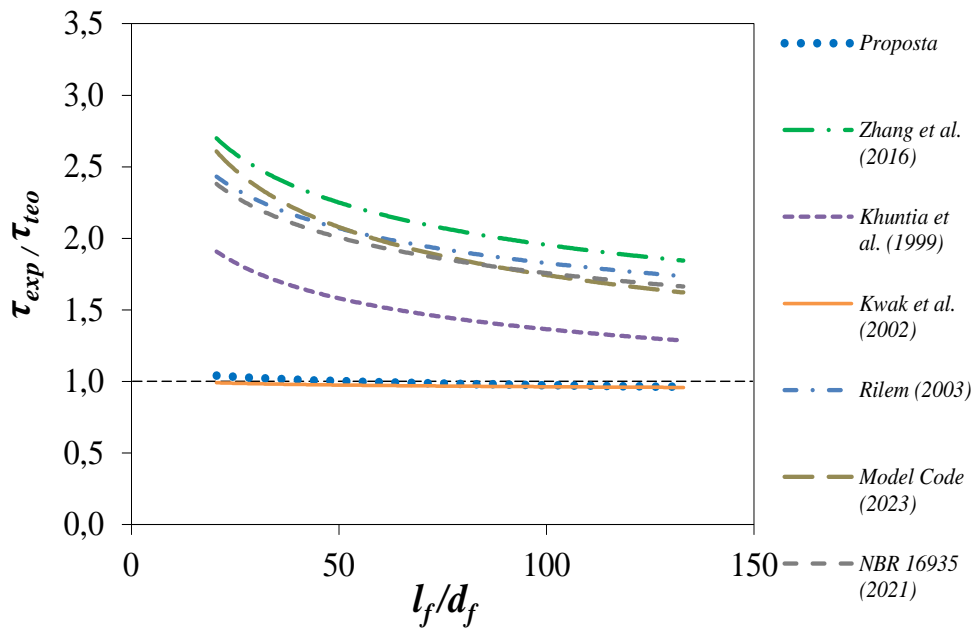
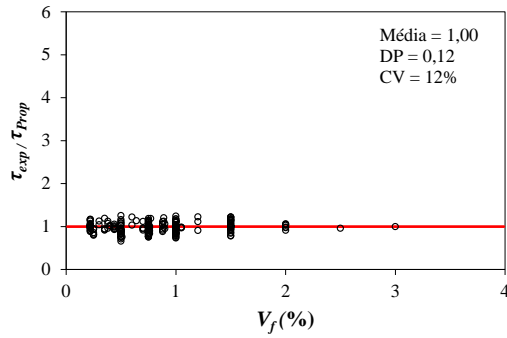


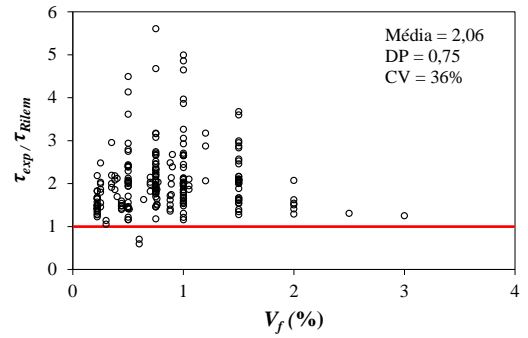
Figura 5.13 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e l_f / d_f .

As Figuras 5.12 e 5.13 mostram que a proposta engloba completamente o banco de dados analisado, enquadrando-se na faixa de segurança apropriada [0,85-1,15], sem ocorrência de casos extremamente perigosos. Entretanto, os modelos de *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023) e de Khuntia *et al.* (1999) resultaram valores conservadores para todas as amostras. A equação de Zhang *et al.* (2016) apresenta números extremamente conservadores a partir de fatores de forma inferiores a 90 e conservadores acima deste. RILEM TC 162-TDF (2003) e NBR 16935 (ABNT, 2021) demonstraram resultados extremamente conservadores para l_f / d_f menores que 50 e conservadores para valores superiores a este. A expressão de Kwak *et al.* (2002) resultou em dados classificados dentro do intervalo de segurança apropriada, porém alguns foram extremamente perigosos em l_f / d_f entre 50 e 75.

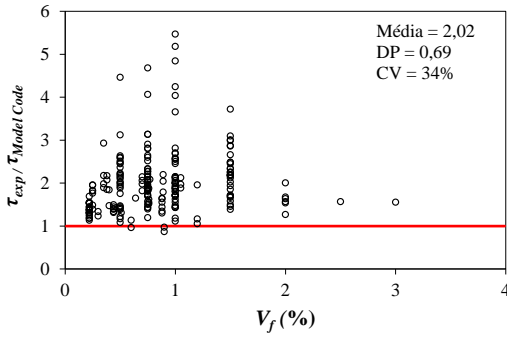
5.1.6. Fração volumétrica das fibras (V_f)



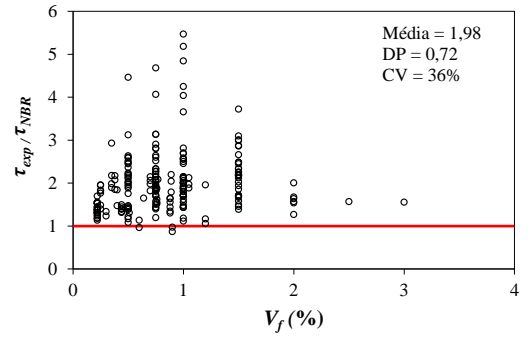
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{Prop} e V_f



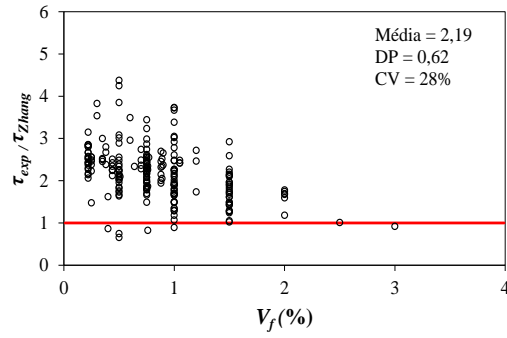
b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e V_f



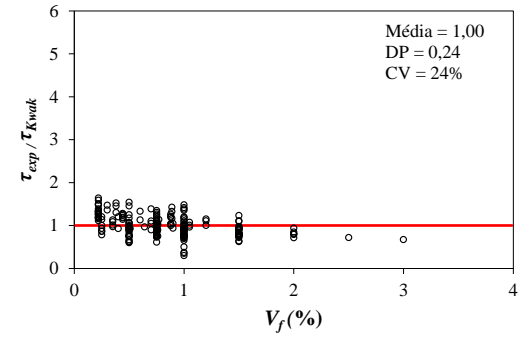
c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model Code}$ e V_f



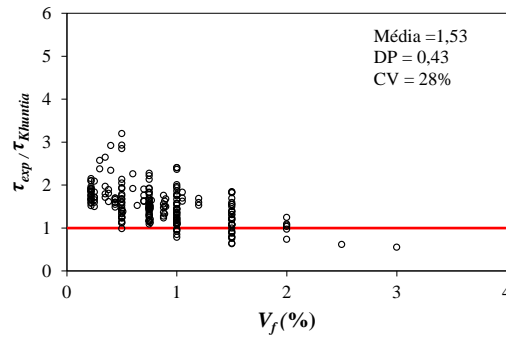
d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e V_f



e) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Zhang}$ e V_f



f) Relação entre τ_{exp} / τ_{Kwak} e V_f



g) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Khuntia}$ e V_f

Figura 5.14 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e V_f .

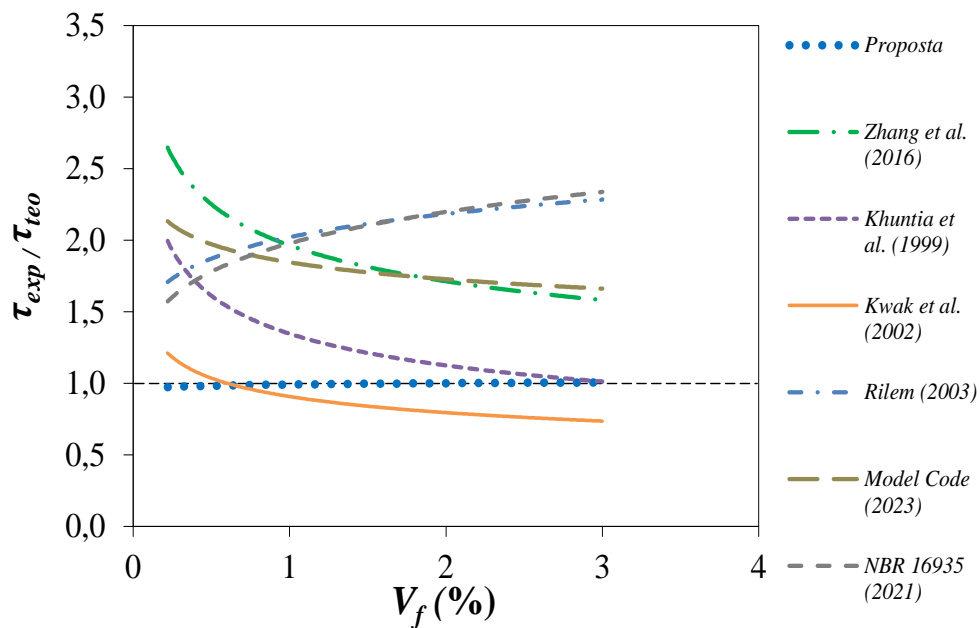
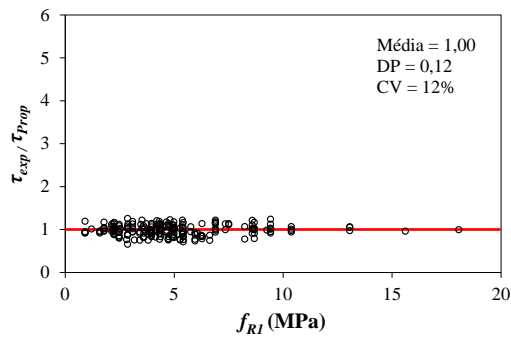


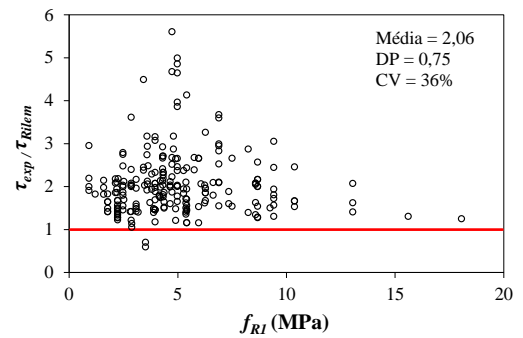
Figura 5.15 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e V_f .

As Figuras 5.14 e 5.15 evidenciam que o modelo desenvolvido neste estudo atende integralmente a base de dados, permanecendo no intervalo de segurança apropriada [0,85-1,15] e ausência de valores extremamente perigosos. A proposta de *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023) revelou-se conservadora em todas as amostras do BD e extremamente conservadora em V_f na faixa de 0,2 e 1,5%. Khuntia *et al.* (1999) apresentaram valores conservadores para V_f menores que 2%. RILEM TC 162-TDF (2003) e NBR 16935 (ABNT, 2021) indicaram números extremamente conservadores em volumes de fibras superiores a 1% e conservadores abaixo deste percentual. A expressão de Zhang *et al.* (2016) demonstrou resultados extremamente conservadores em V_f menores que 1% e conservadores acima deste. A expressão de Kwak *et al.* (2002) gerou valores classificados como extremamente perigosos a partir de frações volumétricas das fibras de aço maiores que 1%.

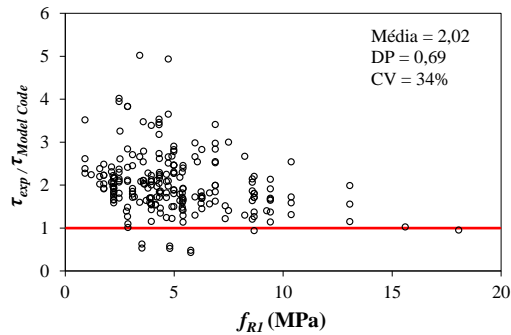
5.1.7. Tensão residual (f_{RI})



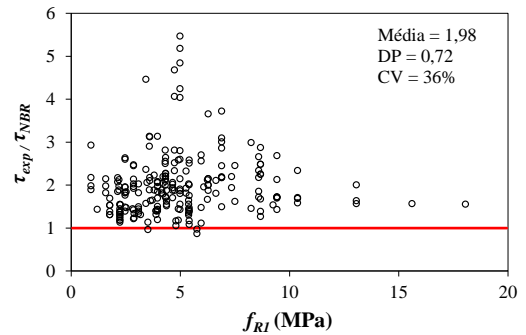
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{Prop} e f_{RI}



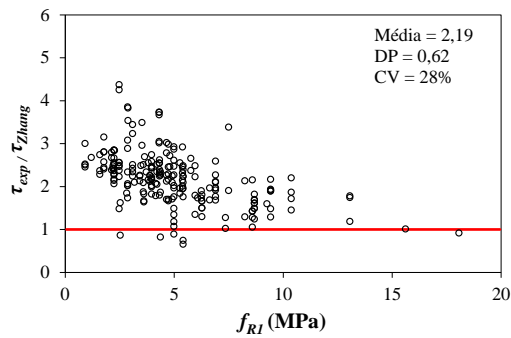
b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e f_{RI}



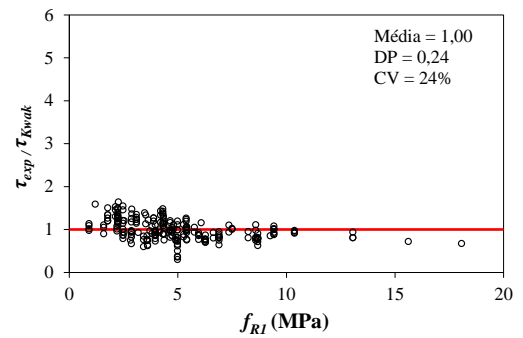
c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model\ Code}$ e f_{RI}



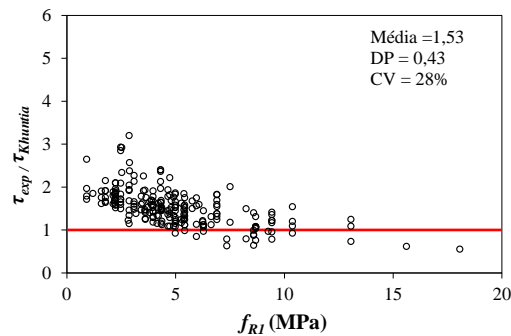
d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e f_{RI}



e) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Zhang}$ e f_{RI}



f) Relação entre τ_{exp} / τ_{Kwak} e f_{RI}



g) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Khuntia}$ e f_{RI}

Figura 5.16 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI} .

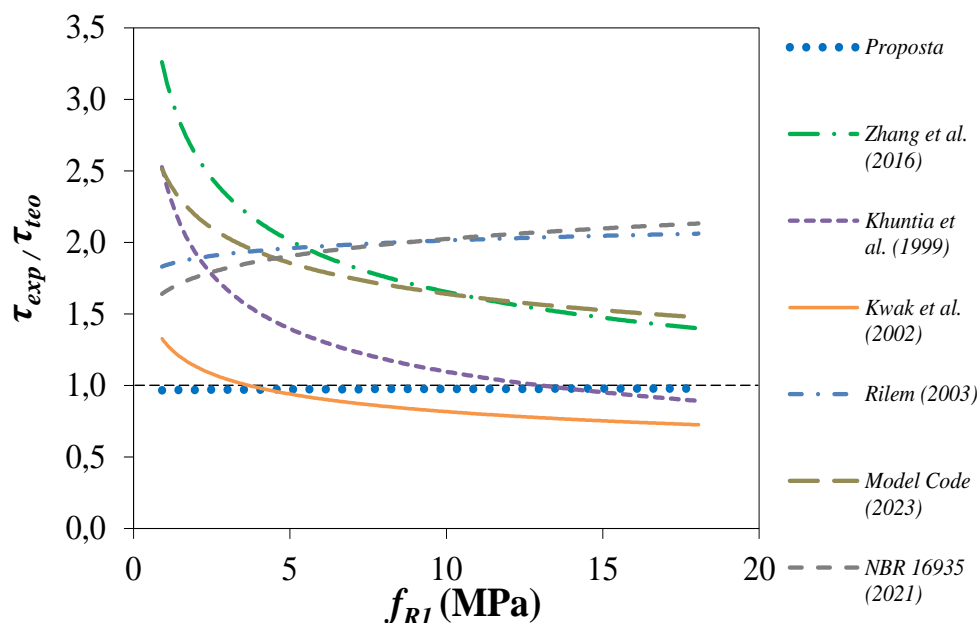


Figura 5.17 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI} .

As Figuras 5.16 e 5.17 expõem que a *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023) mostrou-se conservadora no total do banco de dados e extremamente conservadora em f_{RI} entre 5 e 10 MPa. Khuntia *et al.* (1999) resultou em dados conservadores para f_{RI} menores que 10 MPa. A RILEM TC 162-TDF (2003) e a NBR 16935 (ABNT, 2021) demonstraram resultados extremamente conservadores em tensões residuais maiores que 7 MPa e conservadores para valores inferiores a esta resistência. Zhang *et al.* (2016) apresentaram resultados extremamente conservadores para f_{RI} menores que 5 MPa e conservadores para valores acima desta. O método de Kwak *et al.* (2002) apresentou valores extremamente perigosos a partir de 9 MPa. O modelo proposto compreendeu todos as amostras do banco de dados, prevalecendo valores na faixa de segurança apropriada [0,85-1,15] e inexistência de dados extremamente perigosos.

Sinteticamente, quanto aos parâmetros avaliados: f_c' - o modelo abrange resistências à compressão superiores a 19 MPa; d - a equação contempla as alturas úteis pertencentes ao banco de dados; a - a proposição concebida demonstrou queda na tendência em uma viga com valor de 360 mm; ρ_l - o modelo atende as taxas de armaduras constantes nas amostras; l_f/d_f - a expressão compreende as faixas de fator de forma das fibras entre 40 a 140; V_f - a proposta beneficia volumes de fibras superiores a 0,22%; f_{RI} - a equação definida neste estudo ampara a totalidade das tensões residuais presentes no banco de dados. Em todos os casos, o modelo proposto nesta tese não gerou valores classificados como extremamente perigosos.

6. MODELO PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CRFA COM ARMADURA TRANSVERSAL

6.1. ESTIMATIVA DA TENSÃO DE CISALHAMENTO

O Banco de dados mostrado na Tabela 6.1 é constituído por 100 vigas de concreto reforçado com fibras de aço com armadura transversal, que romperam por cisalhamento. Os critérios para a formulação deste banco de dados incluíram: vigas com seção transversal retangular constante, reforço de cisalhamento exercido pelas fibras de aço e pelos estribos, uso de agregados naturais, presença de armadura longitudinal e transversal, ausência de protensão e que o modo de ruína das vigas tenha ocorrido exclusivamente por cisalhamento.

As fibras de aço utilizadas foram do tipo *hooked*, *hooked-end*, *crimped*, *corrugated*, *round*, *mill cut steel fiber* e *straight*. Neste conjunto de vigas, foi ignorada a ação de engrenamento dos agregados, devido poucos trabalhos científicos detalharem as dimensões máximas dos agregados utilizados em seus experimentos. Pela mesma razão, não foi abordado o efeito de arco nas vigas de CRFA. Além disto, pesquisas que omitiam o valor do fator de forma e/ou a fração volumétrica das fibras foram excluídas da análise.

Quanto às tensões residuais (f_{RI}), os estudos constituintes do banco de dados da Tabela 6.1 não forneciam informações sobre estas resistências. Deste modo, adotou-se as expressões propostas por Moraes Neto (2013), que associam as tensões residuais com o índice de reforço das fibras ($IR = V_f \cdot l_f/d_f$), calculando seus valores através das Equações 4.1 a 4.3, constantes na Seção 4 do corrente estudo.

Tabela 6.1 – Valores resumidos do Banco de dados.

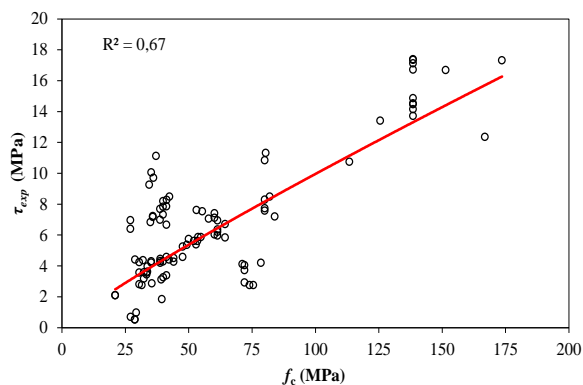
Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	ρ_l (%)	ρ_w (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Abdul-Zaher <i>et al.</i> (2016)	2	120	300	270	1,24	0,26	34,9-35,85	6,84-7,23	1,19-2,86	50	0,2-0,6
Adam <i>et al.</i> (2016)	2	150	425	425	1,6	0,21-0,42	27,0	6,41-6,96	4,31	50	1,0
Araújo <i>et al.</i> (2014)	2	150	850	340	3,05	0,21	52,89-57,89	5,4-7,06	5,31-9,25	65	1,0-2,0
Campione <i>et al.</i> (1999)	2	100	225	122	3,29	0,39	71,14-78,48	4,12-4,21	4,98-9,82	30-70	2,0
Chen <i>et al.</i> (2022)	13	150	300-500	541,71	3,19-3,62	0,19-0,38	113,4-173,6	10,75-17,39	3,05-12,8	65	1,0-3,0
Ding <i>et al.</i> (2011)	3	200	787,5	262,5	2,8	0,13	33,4-38,8	3,45-4,21	2,15-3,79	63,64	0,33 - 0,67
Ding <i>et al.</i> (2014)	7	100	350	122	1,73-2,60	0,3-0,55	60,2-61,4	5,97-7,41	1,86-3,2	65	0,27 - 0,53
Furlan & Hanai (1997)	5	100	300	80	1,77	0,20	49,3-54,8	5,38-5,88	5,22-15,81	127	0,5-2,0
Gomes (2016)	3	150	650	268,75	0,91	0,08	28,85-42,24	4,38-4,42	1,64-3,08	65	0,5-1,0
Hemstapat <i>et al.</i> (2020)	4	150	700	250	2,62-2,70	0,36	30,5-74,0	2,76-4,24	5,42	66,67	1,0
Kal <i>et al.</i> (2010)	4	100	500	165,5	3,46	1,76	39,4-40,0	1,85-3,26	2,86-8,68	60	0,5-2,0
Kim <i>et al.</i> (2015)	1	260	1360	340	1,72	0,12	21,0	2,10	3,96	60	0,75
Kim <i>et al.</i> (2017)	1	260	1360	340	1,72	0,12	21,0	2,10	3,96	60	0,75
Krassowska & Kosior-Kazberuk (2018)	8	80	472,5	175	1,61	0,16-0,32	39,87-41,23	3,4-8,19	4,31	50	1,0
Krassowska & Kosior-Kazberuk (2019)	1	120	1000	286	0,66	0,18	52,06	5,62	4,31	50	1,0
Kytinou <i>et al.</i> (2020)	2	100	550	275	0,55	0,37-0,5	28,76	0,53	3,42	75	0,50
Lakavath <i>et al.</i> (2019)	2	150	600	250	0,53	1,0	53,06-55,35	7,53-7,63	2,89-4,27	50	0,5-1,0
Lamide <i>et al.</i> (2016)	2	125	490	220	1,46	0,25	47,66	4,58-5,26	4,98	60	1,0
Lehmann & Głodkowska (2021)	2	150	460	160	4,29	0,2-0,26	64,4	5,84-6,72	9,3	62,5	1,2

Tabela 6.1 – Valores resumidos do Banco de dados. - CONTINUAÇÃO

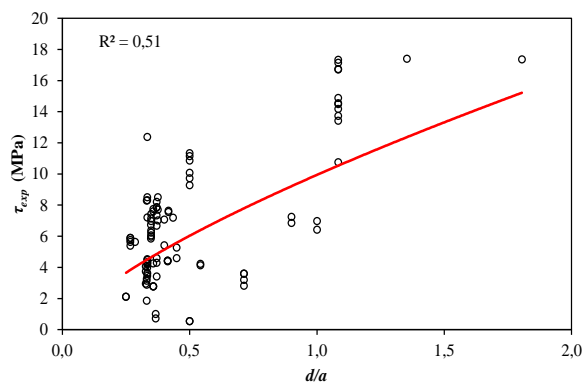
Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	ρ_l (%)	ρ_w (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Lim & Hong (2016)	1	150	660	220	0,78	0,60	166,9	12,36	9,96	95	1,5
Majdzadeh <i>et al.</i> (2006)	1	150	362,5	120	2,62	0,32	41	8,28	3,6	80	0,50
Moradi <i>et al.</i> (2021)	8	100	300	100	3,08	0,32-0,40	33,7-44,1	3,63-4,51	3,09-5,38	44	0,75-1,5
Oh <i>et al.</i> (1998)	3	100	400	150	2,68	0,01	38,7-42,4	7,0-8,5	4,98-8,68	60	1,0-2,0
Reddy & Reddy (2015)	2	150	600	220	0,48	0,21	27,08-29,32	0,71-0,99	4,98-8,68	60	1,0-2,0
Sahoo & Sharma (2014)	1	150	600	261	1,15	0,42	35,9	7,18	3,6	80	0,50
Shaaban (2066)	3	100	450	150	5,36	0,12-0,75	80,0-84,0	7,2-8,5	2,47	50	0,50
Spinella <i>et al.</i> (2012)	4	150	438-613,2	219	1,91	0,19-0,63	80,04	7,59-11,32	4,62	54,55	1,0
Tuchscherer & Quesada (2015)	4	300	610	435	0,24-0,41	0,2-0,3	30,5-32,3	2,81-3,59	2,47	50	0,50
Yuan <i>et al.</i> (2020)	3	300	1350	442	0,38	0,09-0,18	72,0	2,94-4,06	4,15	63,64	0,75
Zhao <i>et al.</i> (2018)	4	150	519	259,5	2,52	0,34	34,45-37,14	1,86-5,64	9,26-11,13	35	0,5-2,0
Total =	100 unidades										

A averiguação dos dados identificou os parâmetros que influenciam a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com estribos, obtendo linhas de tendência representativas desta contribuição. Relacionando os parâmetros do banco de dados com as suas respectivas tensões experimentais, aplicou-se regressões não-lineares de potência que revelaram linhas de tendência mais aprimoradas. Estas relações encontram-se ilustradas na Figura 6.1.

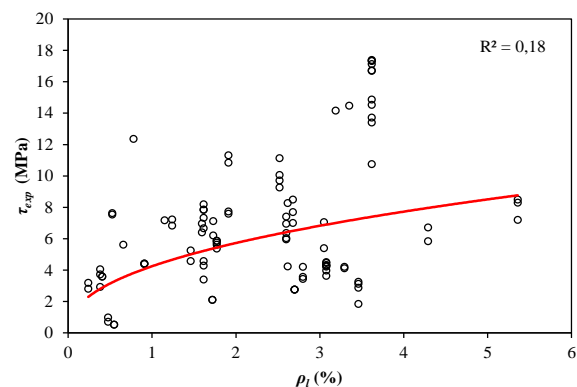
Os parâmetros relacionados com a tensão de cisalhamento foram: d - altura útil da viga, [80-541] em mm; a - vão de cisalhamento, [225-1360] em mm; f_c' - resistência à compressão do concreto, [21-173] em MPa; ρ_l - taxa de armadura longitudinal, [0,24-5,36] em %; ρ_w - taxa de armadura transversal, [0,01-1,76] em %; l_f/d_f - fator de forma das fibras [30-120]; V_f - fração volumétrica das fibras, [0,2-3,0] em % e f_{RI} - tensão residual do concreto, [1,19-15,81] em MPa.



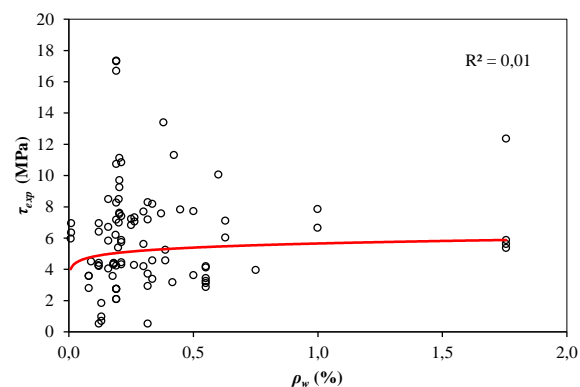
a) Relação entre τ_{exp} e f_c



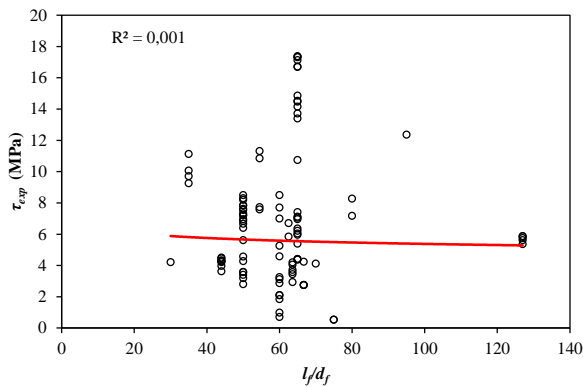
b) Relação entre τ_{exp} e d/a



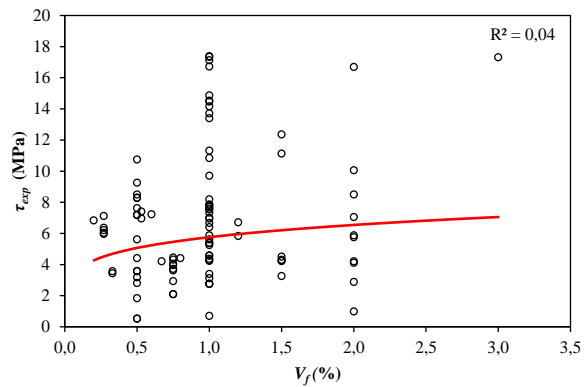
c) Relação entre τ_{exp} e ρ_l



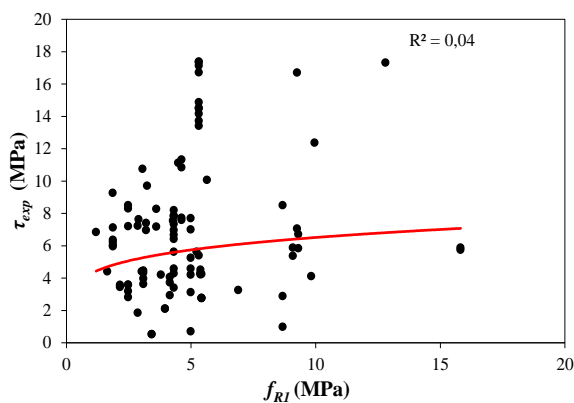
d) Relação entre τ_{exp} e ρ_w



e) Relação entre τ_{exp} e l_f/d_f



f) Relação entre τ_{exp} e V_f



g) Relação entre τ_{exp} e f_{RI}

Figura 6.1 – Tensão última e parâmetros do banco de dados.

Realizado o estudo das relações entre τ_{exp} e os parâmetros das vigas mencionadas anteriormente, o desenvolvimento do modelo de expressão para cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçadas com fibras de aço e com armadura transversal, procedeu do seguinte modo:

a) Definiu-se a primeira hipótese: $A = f'_c \cdot d/a$. Efetuou-se o cálculo correspondente, relacionando os valores obtidos com as tensões de cisalhamento experimentais (τ_{exp}). Seguidamente, aplicou-se a regressão não-linear destes com τ_{exp} , de acordo com a Figura 6.2.

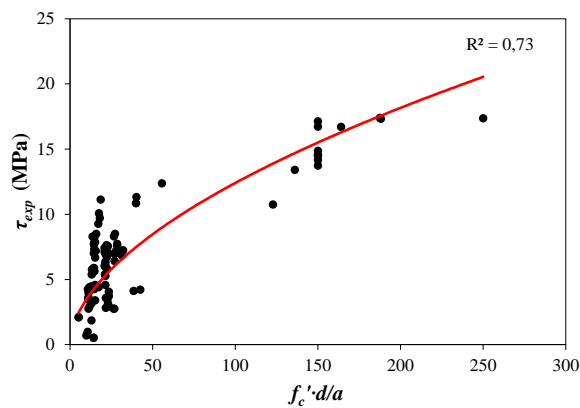


Figura 6.2 – Relação entre τ_{exp} e A .

b) Definiu-se a segunda hipótese: $B = \frac{\rho_l}{f_{Rl}} \cdot \rho_w \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f}$. Executando-se o cálculo, relacionou-se os valores resultantes com τ_{exp} . Logo após, realizou-se a regressão não-linear destes resultados com τ_{exp} , conforme ilustrado na Figura 6.3.

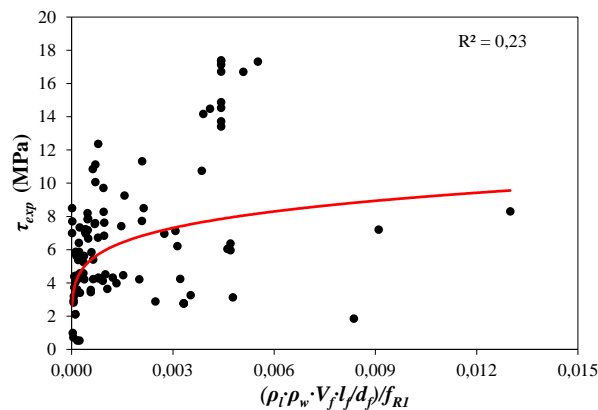


Figura 6.3 – Relação entre τ_{exp} e B .

c) Calculando o produto entre as regressões de A e B , ($\alpha = A \cdot B$), para relacionar os valores de tensões teóricas (τ_{teo}) com as tensões experimentais (τ_{exp}), efetuou-se nova regressão não-linear das τ_{teo} com as τ_{exp} . A Figura 6.4 apresenta a relação $\tau_{exp} \times \alpha$.

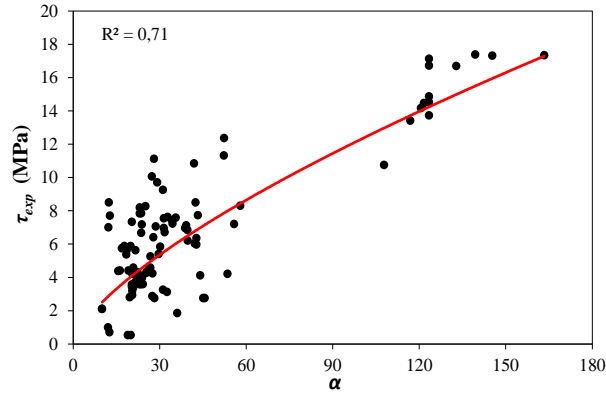


Figura 6.4 – Relação entre τ_{exp} e α .

A regressão entre τ_{exp} e τ_{teo} propiciou a Equação 6.1:

$$\tau_{Prop} = c_1 \cdot \left[k_1 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{k_2} \cdot k_3 \cdot \left(\frac{\rho_l}{f_{RI}} \cdot \rho_w \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{k_4} \right]^{c_2} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 6.1}$$

d) Empregando-se fatores condicionantes sobre os coeficientes da equação para determinação de novos (k_i e c_i) mais adequados, definiu-se a Equação 6.2:

$$\tau_{Prop} = 1 \cdot \left[2,1 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{0,63} \cdot 2,1 \cdot \left(\frac{\rho_l}{f_{RI}} \cdot \rho_w \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0,18} \right]^1 \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 6.2}$$

Organizando, temos a Equação 6.3:

$$\tau_{Prop} = 4,41 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{0,63} \cdot \left(\frac{\rho_l}{f_{RI}} \cdot \rho_w \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0,18} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 6.3}$$

Recordando que f_{RI} é calculada pela Equação 4.1, efetua-se sua substituição na Equação 6.3, procedendo a sua fatoração, obtém-se a Equação 6.4:

$$\tau_{Prop} = 3,05 \cdot (f_c' \cdot d/a)^{0,63} \cdot (\rho_l \cdot \rho_w)^{0,18} \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0,04} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 6.4}$$

7. ANÁLISE DA EQUAÇÃO PARA VIGAS DE CRFA COM ARMADURA TRANSVERSAL

A análise do modelo de cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com estribos foi dirigida por intermédio de sua aplicação em um novo banco de dados, constituído por 150 vigas de CRFA com estribos, ensaiadas à flexão em três e quatro pontos, rompidas por cisalhamento. A Tabela 7.1 cataloga este recente conjunto, constituído exclusivamente por vigas que não foram elencadas nos dados que embasaram o método explanado na Seção 6.

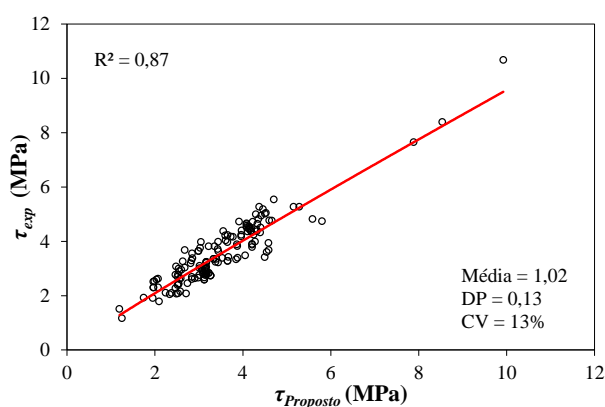
Tabela 7.1 – Banco de dados - 150 vigas de CRFA com estribos.

Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	ρ_l (%)	ρ_w (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Algassem <i>et al.</i> (2019)	3	125	741	215	2,4	0,56	91-105	5,28-5,54	2,65-4,62	54,55	0,5-1,0
Amin & Foster (2016)	3	300	1750	622	1,98	0,05-0,13	34,0-46,0	1,79-1,93	2,39-5,16	66,67	0,33
Aoude <i>et al.</i> (2012)	2	300	1700	437	0,96	0,21	19,3-21,6	1,17-1,51	2,65-4,62	54,55	0,5-1,0
Beygi <i>et al.</i> (2008)	6	180	400	160	1,6-2,09	0,31-0,39	36,5-69,5	3,56-4,95	3,24-5,64	70	0,5-1,0
Cucchiara <i>et al.</i> (2014)	4	150	438-613,2	219	1,91	0,21-1,4	40,85-43,23	3,03-5,28	4,98-8,68	60	1,0-2,0
Dancygier & Savir (2011)	2	200	750	300	3,17	0,28	94,1-99,8	4,74-4,83	4,15	63,64	0,75
Dang <i>et al.</i> (2021)	9	150	800	450	1,77	0,25	32,9-35,0	2,59-2,89	3,01-5,25	80	0,4-0,8
Do-Dai <i>et al.</i> (2021)	3	150	800	423	2,34	0,1	39,5-42	2,76-2,99	3,01-5,51	80	0,4-0,85
Gomes (2013)	7	140	550	205	4,38	0,15	74,3-83,3	3,68-5,05	2,61-4,08	66,67	0,4-0,7
Jongvivatsakul <i>et al.</i> (2011)	9	112,5-225	525-1050	187,5-375	2,4-2,7	0,06-0,32	46,6-64,9	3,26-4,38	2,41-4,20	48,39	0,5-1,0
Juarez <i>et al.</i> (2006)	8	150	500	216	1,86	0,47	19,7-37,2	2,31-3,02	1,42-3,42	25	0,5-1,5
Juárez-Alvarado <i>et al.</i> (2021)	11	150	700	220	2,44	0,14-0,19	29,5-51,7	2,08-2,64	1,19-3,24	50	0,2-0,7
Kannan <i>et al.</i> (2018)	2	100	360	180	1,26	0,18-0,35	48,76	2,84-3,28	2,47	50	0,5
Kim <i>et al.</i> (2019)	2	260	1360	340	1,72	0,15	59	2,27-2,77	3,96	60	0,75
Li <i>et al.</i> (2021)	16	150-155	724-1086	362	1,75-1,81	0,19-0,25	42,4-52,3	2,62-3,97	1,27-3,84	27,1	0,4-1,6

Tabela 7.1 – Banco de dados - 150 vigas de CRFA com estribos. - CONTINUAÇÃO

Autor	Vigas	b_w (mm)	a (mm)	d (mm)	ρ_l (%)	ρ_w (%)	f_c' (MPa)	τ_{exp} (MPa)	f_{RI} (MPa)	l_f/d_f	V_f (%)
Nguyen-Minh & Rovnak (2011)	18	150	265	220	0,3	0,28	53,2-55,8	3,48-4,67	2,39-7,26	37,5-60	0,4-1,6
Padmanabham & Teja (2019)	2	150	433,3 3	220	1,83	0,3	39,65	3,23-3,99	3,96	30	1,5
Pal <i>et al.</i> (2020)	3	150	75	75	1,4	0,42	32,1	3,42-3,94	1,64-2,47	50	0,3-0,5
Pravreen & Rao (2019)	2	100	360	180	1,26	0,18-0,35	48,76	2,84-3,28	2,47	50	0,5
Smith & Xu (2023)	3	100	350,4 8-475	168,5	3,73	0,42	142,4-165,2	7,66-10,68	10,19-14,09	73,33-110	2,0
Sing & Jain (2014)	28	150	875	251	2,7	0,94	24,9-64,6	2,05-5,19	3,42-9,11	50-85	0,5-1,5
Taqi <i>et al.</i> (2021)	5	100	350	125	2,51	0,82-0,86	38,5-53,5	3,64-5,0	3,92-5,42	55,56	0,8-1,2
Watanabe <i>et al.</i> (2010)	2	150	700	250	2,7	0,18-0,3	46,6-48,3	3,65-3,82	4,31	50	1,0
Total	=	150 unidades									
Ano: [2012-2021]; b_w : [100-300 mm]; a : [75-1750 mm]; d : [75-622 mm]; ρ_l : [0,30-4,38 %]; ρ_w : [0,05-1,40 %]; f_c' : [19,30-165,2 MPa]; τ_{exp} : [1,17-10,68 MPa]; f_{RI} : [1,19-14,09 MPa]; l_f/d_f [25-110]; V_f : [0,2-2,0 %].											

Empregando a expressão modelo no BD de 150 vigas de CRFA com armadura transversal, alcançou-se resultados favoráveis à segurança e superiores aos normativos, com um coeficiente de variação (CV) de 13,0%, desvio padrão de 0,13 e média de 1,02. A Figura 7.1 exibe a relação entre τ_{exp} e τ_{teo} , evidenciando $R^2 = 0,87$. Esta corrobora que a equação determina a resistência ao cisalhamento das vigas de CRFA com notável precisão.

Figura 7.1 – Relação entre τ_{exp} e τ_{prop} .

A equação desenvolvida foi avaliada com base no critério *Demerit Points Classification* (DPC) de Collins (2001), utilizando a relação $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$, considerando a acurácia, segurança, e

dispersão dos resultados. A Tabela 7.2 apresenta o critério de classificação e penalidade proposto por Collins (2001), que foi aplicado sobre às 150 vigas avaliadas.

Tabela 7.2 – Critério de Collins (2001).

$\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0,5	Extremamente perigoso	10
[0,5-0,85]	Perigoso	5
[0,85-1,15]	Segurança apropriada	0
[1,15-2,00]	Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservador	2

Ponderando o Critério de Collins (2001), o qual delimita que os valores com segurança apropriada abrangem a faixa entre 0,85 e 1,15, analisou-se a Equação 6.4, constatando que 71% dos resultados enquadram-se neste intervalo. A Tabela 7.3 apresenta um resumo estatístico dos resultados do modelo desenvolvido e das normas internacionais, minuciando as análises da relação $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$, segundo a classificação do Critério de Collins (2001), ressaltando suas respectivas penalidades e coeficientes de variação. Ajuizando sobre este método, o modelo proposto demonstra maior precisão de resultados, menor penalidade, média próxima da unidade (Med), menor desvio padrão (DP) e menor coeficiente de variação (CV) em comparação com as normas RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e NBR 16935 (ABNT, 2021). A Figura 7.2 exibe o gráfico *Box-plot* representativo do grau de dispersão entre a equação modelo e as formulações normativas aplicadas sobre a base de dados.

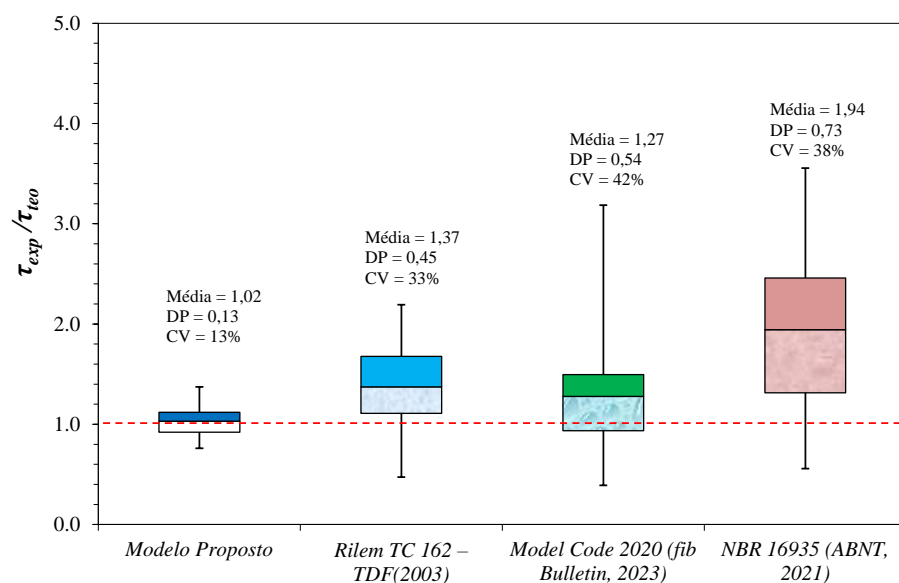


Figura 7.2 – Gráfico *Box-plot* dos modelos.

Tabela 7.3 – Resumo estatístico - BD 150 vigas com estribos.

Parâmetro	Modelo Proposto		RILEM TC 162-TDF (2003)		Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)		NBR 16935 (ABNT, 2021)	
λ_i	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.	Qtd.	Pen.
< 0,5	0	0	5	50	8	80	0	0
0,5-0,85	13	65	23	115	28	140	18	90
0,85-1,15	109	0	10	0	24	0	14	0
1,15-2,00	28	28	102	102	76	76	37	37
$\geq 2,00$	0	0	10	20	14	28	81	162
Total	150	93	150	287	150	324	150	289
Parâmetro	Resumo Estatístico							
Média	1,02		1,37		1,27		1,97	
DP	0,13		0,45		0,54		0,54	
CV	13%		33%		42%		38%	

A equação proposta obteve coeficiente de variação e penalidade menores que os métodos normativos, com diferença de 60,61% para RILEM TC 162-TDF (2003); 69,05% para *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e 65,79% para NBR 16935 (ABNT, 2021), assegurando uma proximidade com a razão ideal entre as tensões experimentais e teóricas. A Figura 7.3 apresenta a dispersão entre as tensões experimentais e teóricas de cada modelo, demonstrando que o arquétipo teórico possui desempenho superior às propostas comparadas.

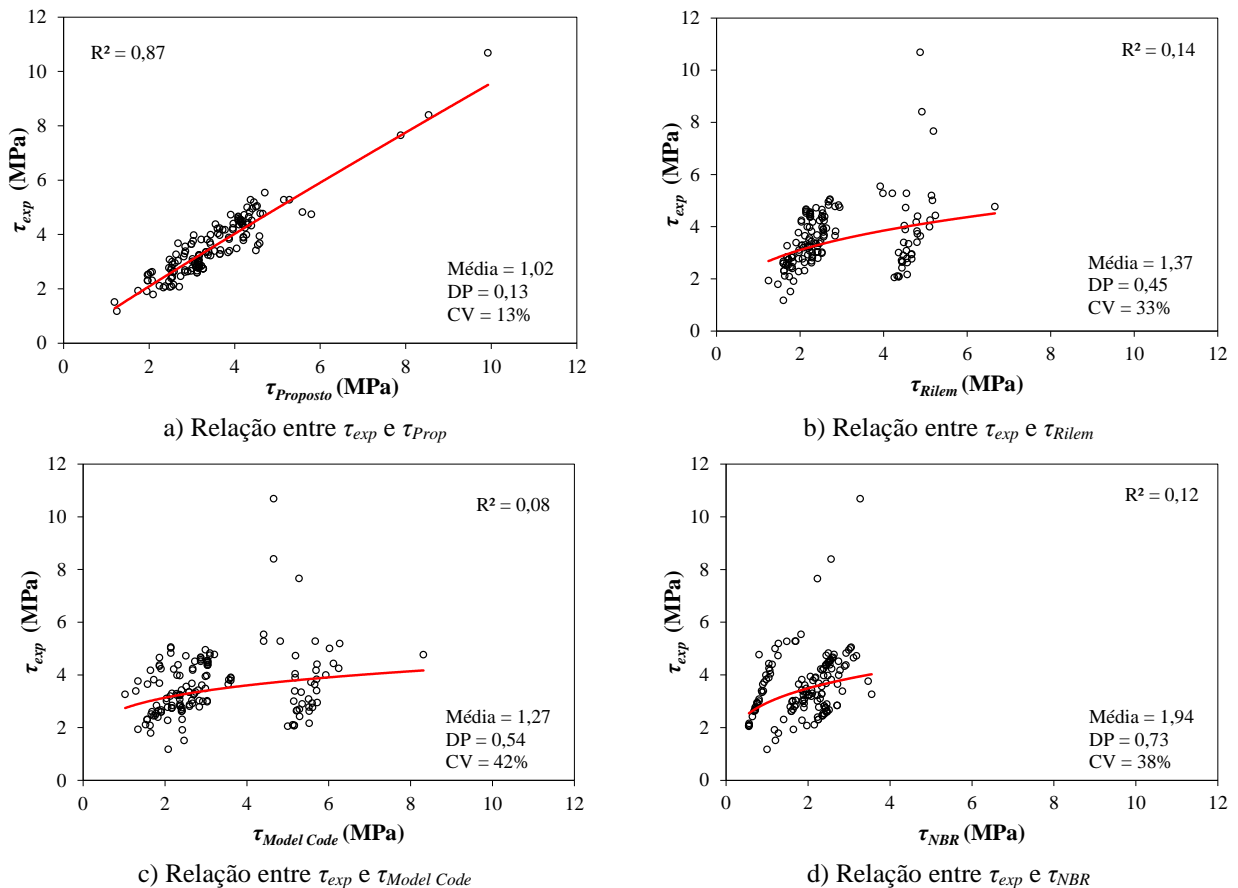


Figura 7.3 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} .

7.1. PARÂMETROS AVALIADOS NO MODELO

Baseado no banco de dados composto por 150 vigas de CRFA com estribos, aferiu-se a eficácia da proposta de equação e das normativas de cálculo, por intermédio da razão $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$ com cada parâmetro considerado na tensão de cisalhamento, identificando os pontos discrepantes contra a segurança e abrangência com suas respectivas médias.

7.1.1. Resistência à compressão (f_c')

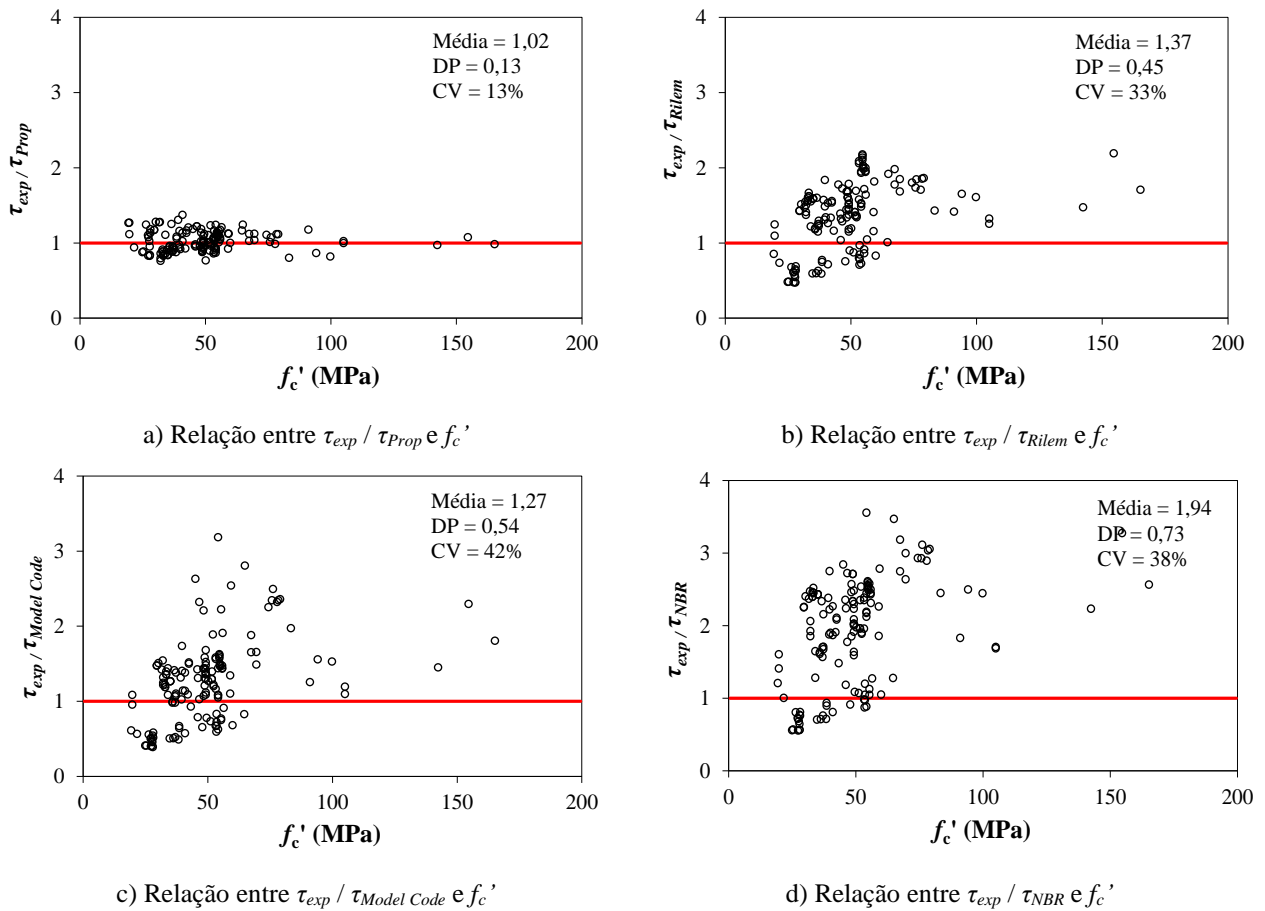


Figura 7.4 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_c' .

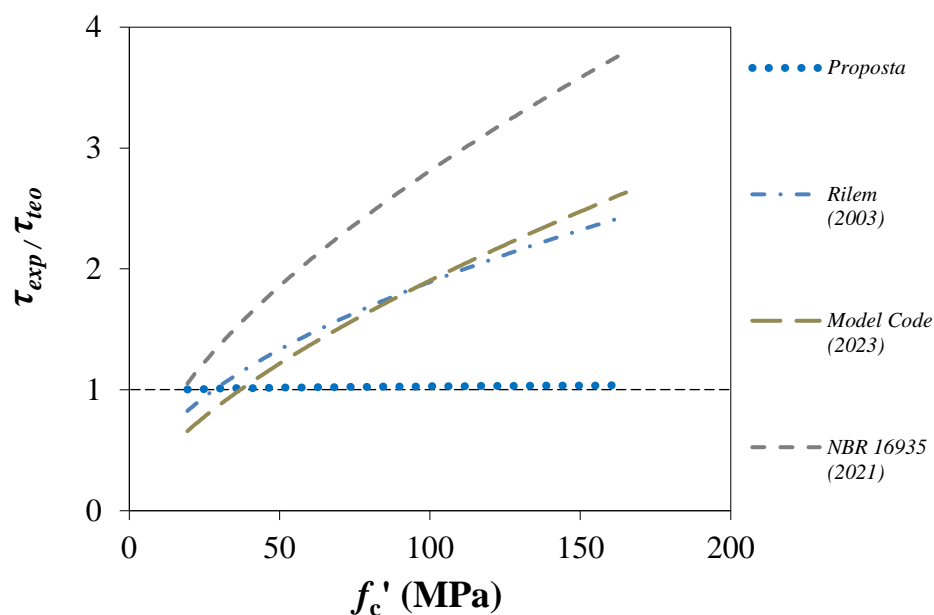
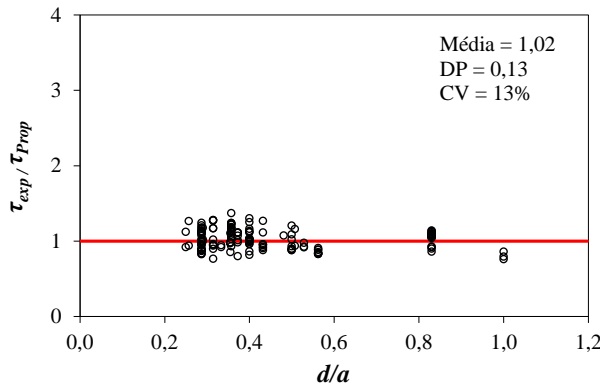


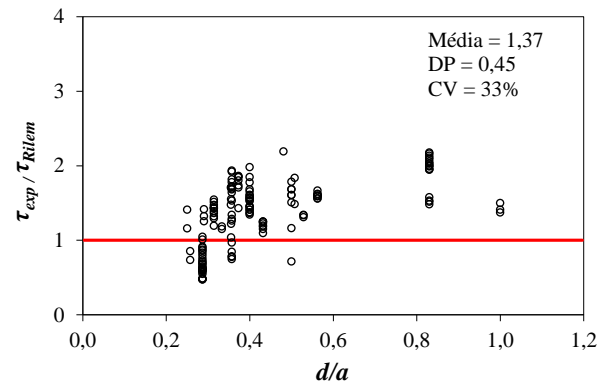
Figura 7.5 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_c' .

As Figuras 7.4 e 7.5 revelam que a proposta englobou a totalidade dos valores de resistência à compressão constituintes do banco de dados, com resultados dentro da faixa de segurança apropriada [0,85-1,15], em vigas com intervalo de f_c' entre 19,3 e 165,2 MPa, e sem valores considerados extremamente perigosos [$< 0,5$]. Observou-se que as equações da RILEM TC 162-TDF (2003) e *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* revelaram padrão conservador em vigas com resistências à compressão superiores a 50 MPa. A expressão da NBR 16935 (ABNT, 2021) demonstrou resultados extremamente conservadores em vigas com f_c' maiores que 30 MPa.

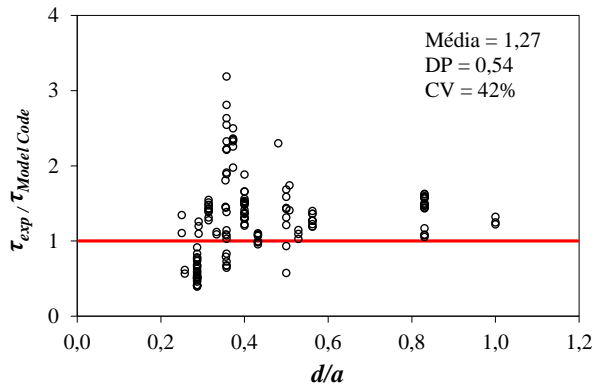
7.1.2. Relação entre altura útil e vão de cisalhamento (d/a)



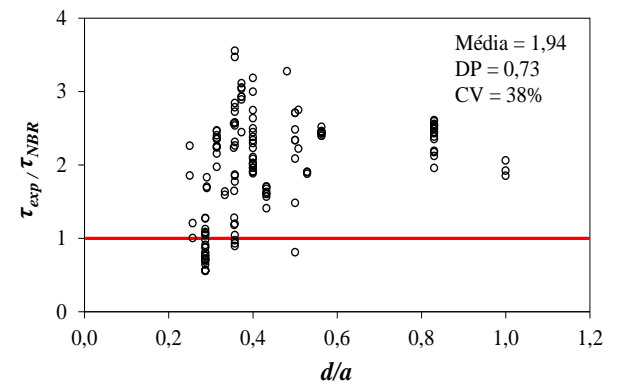
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{prop} e d/a



b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Rilem}$ e d/a



c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{Model\ Code}$ e d/a



d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e d/a

Figura 7.6 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e d/a .

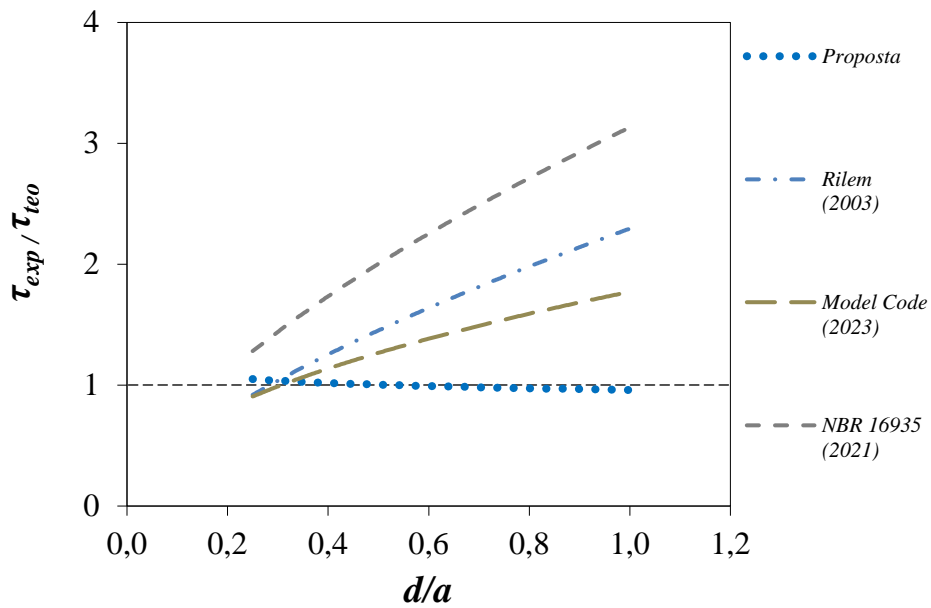


Figura 7.7 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e d/a .

As Figuras 7.6 e 7.7 demonstram que o modelo da RILEM TC 162-TDF (2003) é extremamente conservador nos casos da razão entre altura útil e vão de cisalhamento (d/a) com valores superiores a 0,8 e conservador no intervalo entre 0,3 e 0,8. A norma *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* apresentou resultados conservadores em vigas com d/a superiores a 0,4 com alguns dados sendo extremamente conservadores entre 0,3 e 0,4. A proposta da NBR 16935 (ABNT, 2021) revela resultados conservadores para d/a superiores a 0,4. A equação proposta neste estudo enquadrrou todas as amostras dentro dos critérios de segurança apropriados, demonstrando resultados favoráveis em todo o intervalo analisado, não exibindo valores extremamente perigosos.

7.1.3. Taxa de armadura longitudinal (ρ_l)

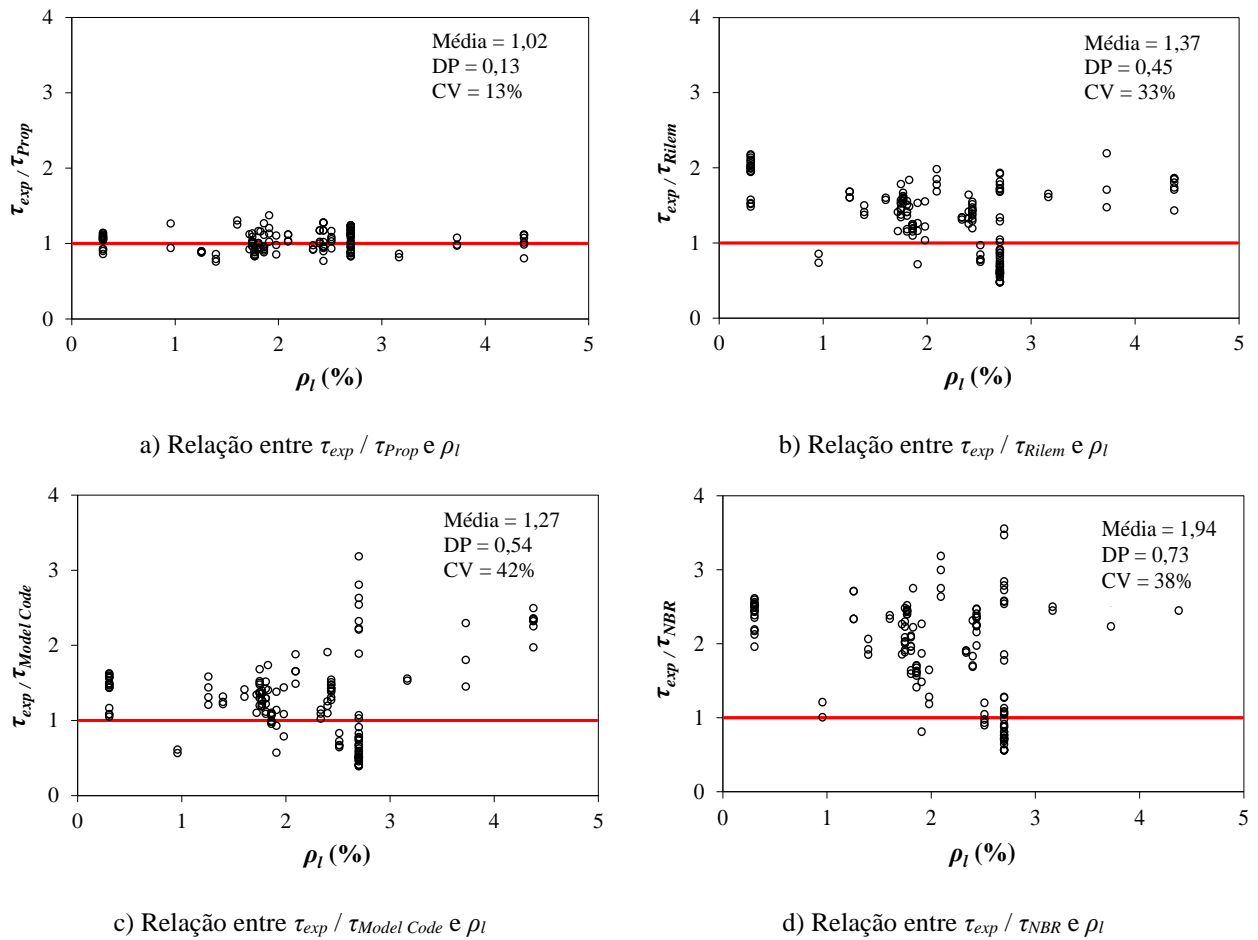


Figura 7.8 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l .

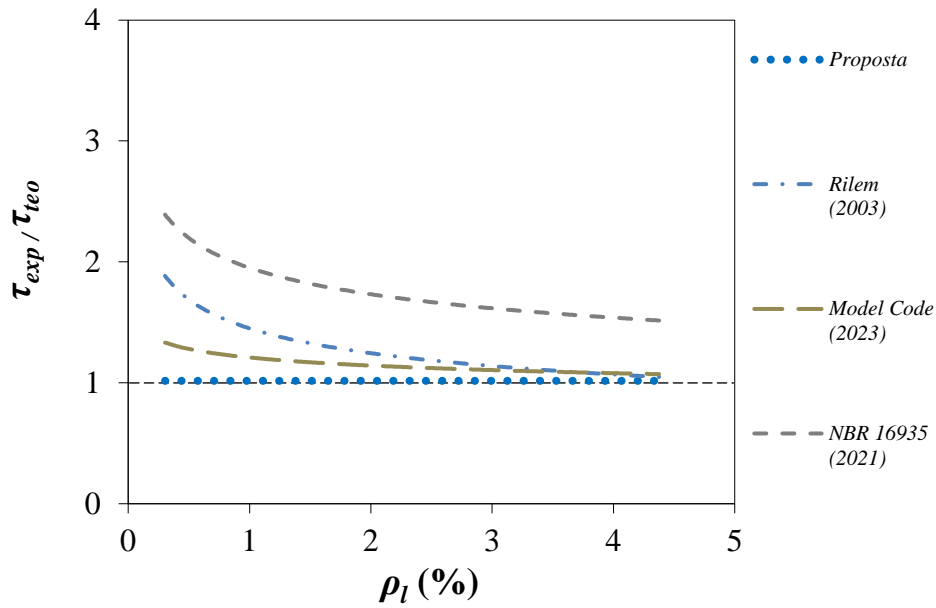
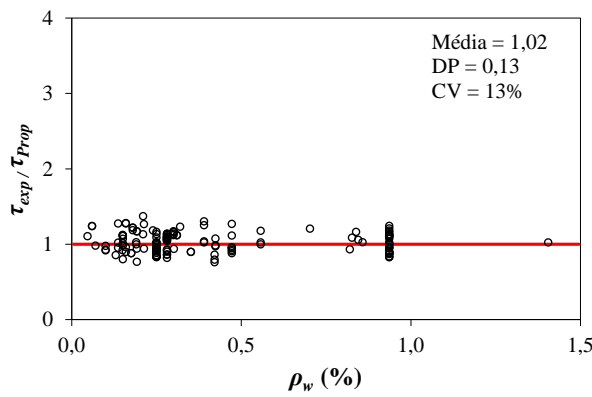


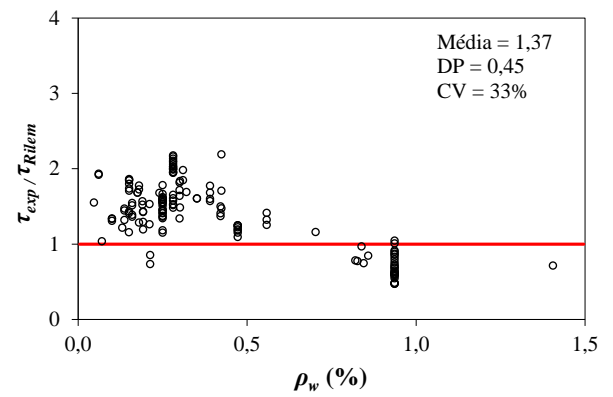
Figura 7.9 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_l .

As Figuras 7.8 e 7.9 mostram que o modelo da NBR 16935 (ABNT, 2021) produziu valores extremamente conservadores para as taxas de armadura longitudinal (ρ_l) consideradas, com alguns considerados no intervalo conservador [1,15-2,00]. A RILEM TC 162-TDF (2003) apresentou resultados conservadores para ρ_l constantes do banco de dados. A *Model Code 2020* (*fib Bulletin*, 2023) revelou valores classificados como conservadores para taxas de armadura longitudinal inferiores a 2% e exibiu comportamento extremamente conservador para taxas superiores a essa. A proposta desenvolvida nesta tese alcançou resultados dentro da faixa de segurança apropriada [0,85-1,15], os quais abrangeram a totalidade do banco de dados e não evidenciando resultados classificados como extremamente perigosos.

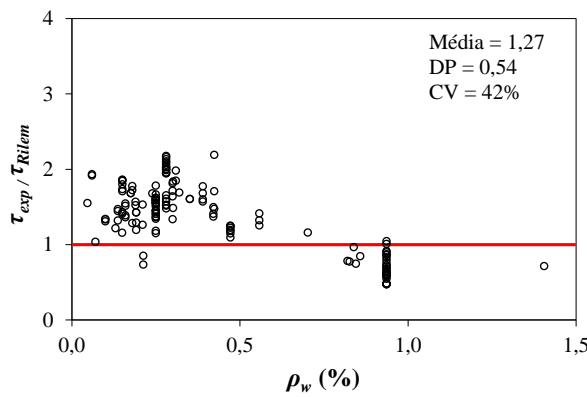
7.1.4. Taxa de armadura transversal (ρ_w)



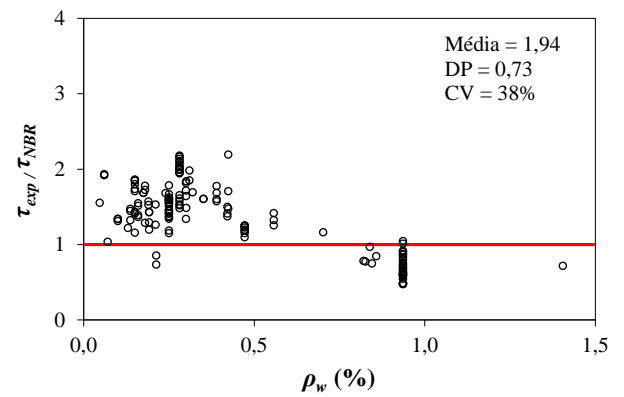
a) Relação entre τ_{exp} / τ_{prop} e ρ_w



b) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{rilem}$ e ρ_w



c) Relação entre $\tau_{exp} / \tau_{model\ code}$ e ρ_w



d) Relação entre τ_{exp} / τ_{NBR} e ρ_w

Figura 7.10 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_w .

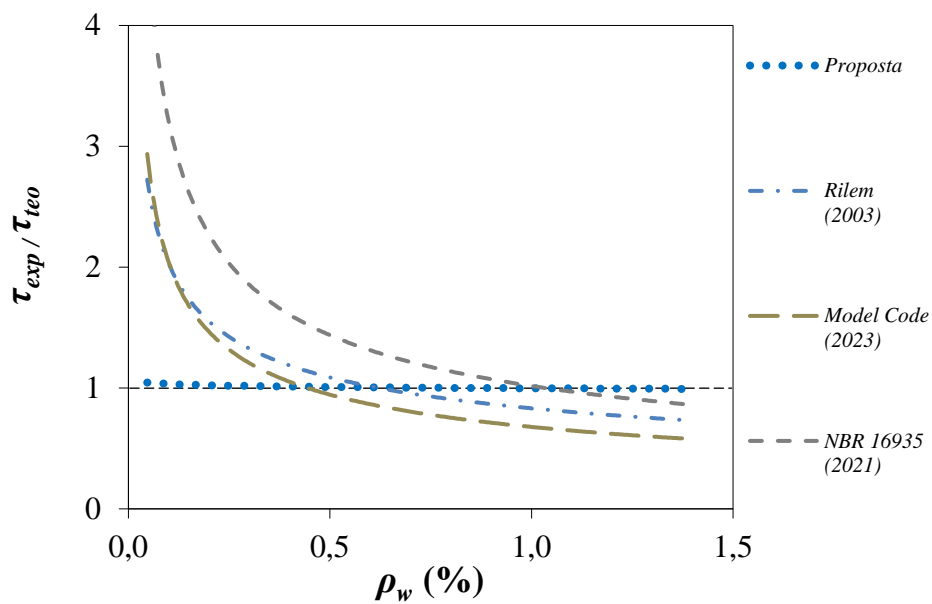


Figura 7.11 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e ρ_w .

As Figuras 7.10 e 7.11 demonstram que a proposta da RILEM TC 162-TDF (2003) apresenta resultados conservadores em taxas de armaduras transversais (ρ_w) inferiores a 0,4%, favoráveis a segurança entre 0,5 e 1,0% e abaixo da faixa de segurança apropriada [0,85-1,15] em vigas com ρ_w maiores que 1,2%. *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023) apresentou resultados desfavoráveis à segurança em vigas com ρ_w superior a 0,5% e conservadores para ρ_w menores que 0,5%. O método da NBR 16935 (ABNT, 2021) revelou-se extremamente conservadora em taxas de armaduras transversais inferiores a 0,3% e dentro da segurança apropriada no intervalo entre 0,9 e 1,4%. O modelo proposto atendeu completamente a taxas de armaduras transversais existentes na base de dados, resultando em valores consistentemente favoráveis a segurança e sem a presença de resultados extremamente perigosos, de acordo com o Critério de Collins (2001).

7.1.5. Fator de forma das fibras (l_f/d_f)

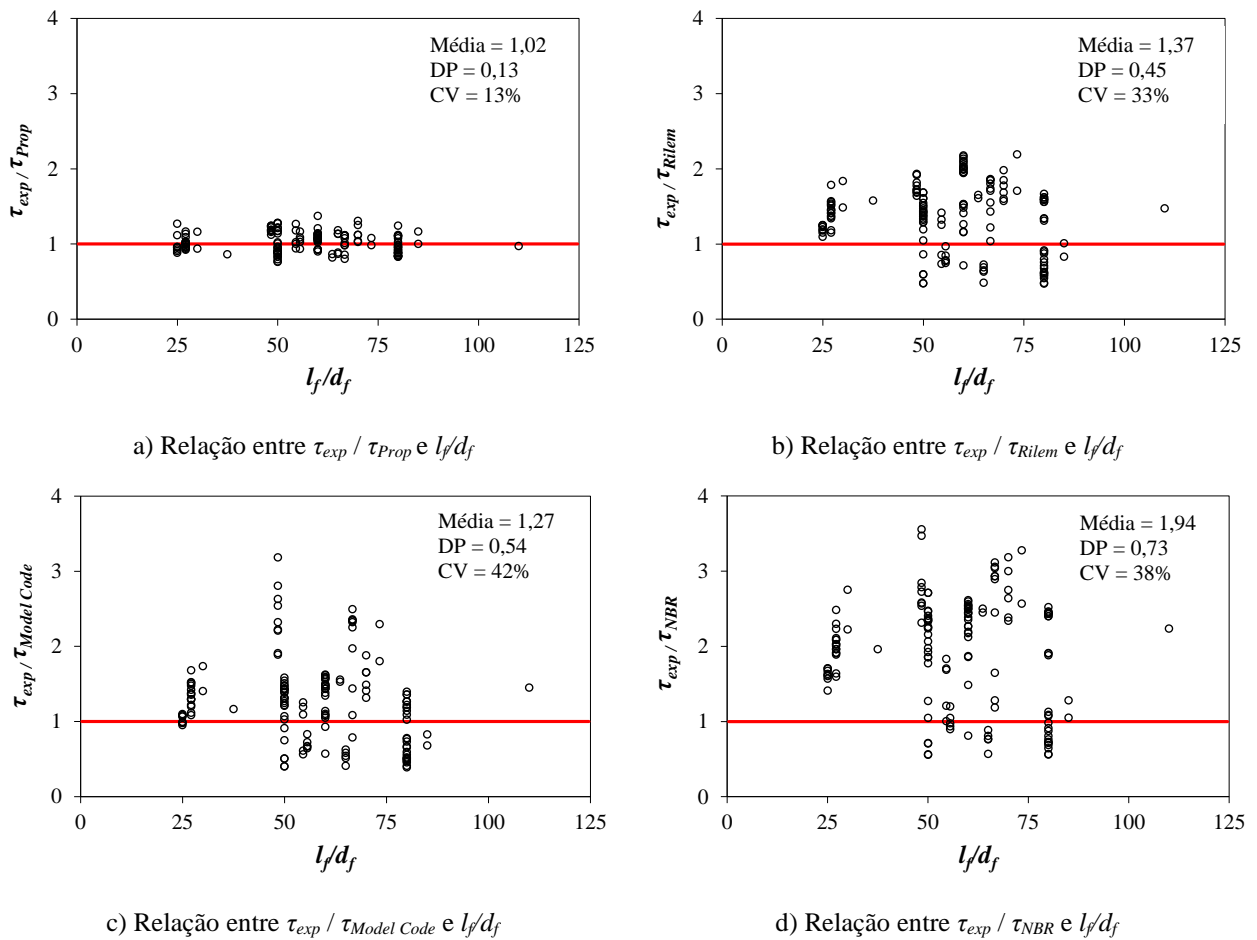


Figura 7.12 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e l_f/d_f .

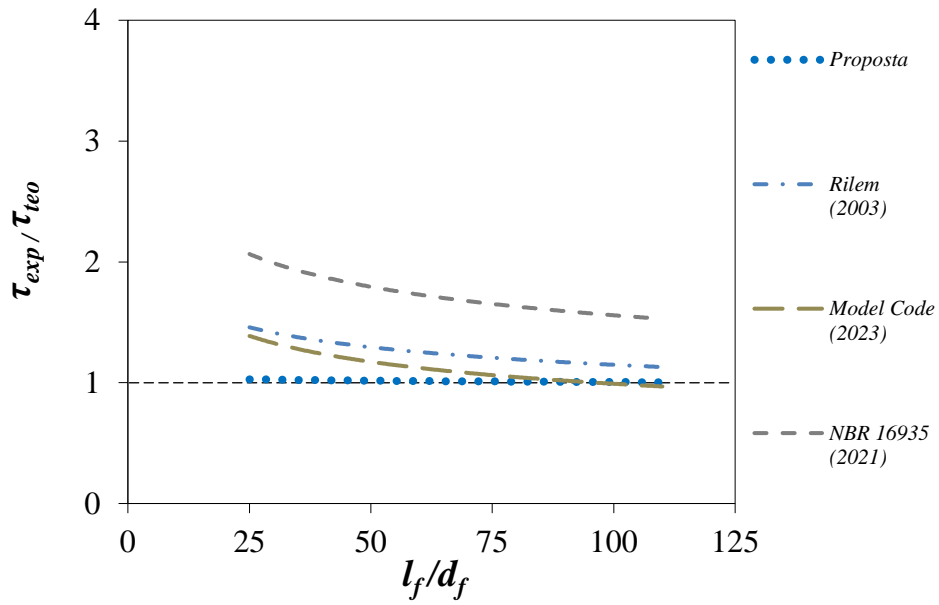


Figura 7.13 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e l_f / d_f .

As Figuras 7.12 e 7.13 evidenciam que a expressão modelo envolve integralmente a base de dados, mantendo resultados dentro da faixa de segurança e sem ocorrência de valores extremamente perigosos. A RILEM TC 162-TDF (2003) obteve resultados conservadores em vigas com fator de forma (l_f / d_f) inferior a 65, mas registrou alguns pontos perigosos no intervalo de 65 a 75. A norma *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* resultou em valores conservadores para amostras com l_f / d_f menores que 50 e extremamente conservadores a partir deste valor. A NBR 16935 (ABNT, 2021) apresentou resultados extremamente conservadores em vigas com l_f / d_f menores que 30, conservadores para valores superiores a este e perigosos em 12% das amostras do banco de dados.

7.1.6. Fração volumétrica das fibras (V_f)

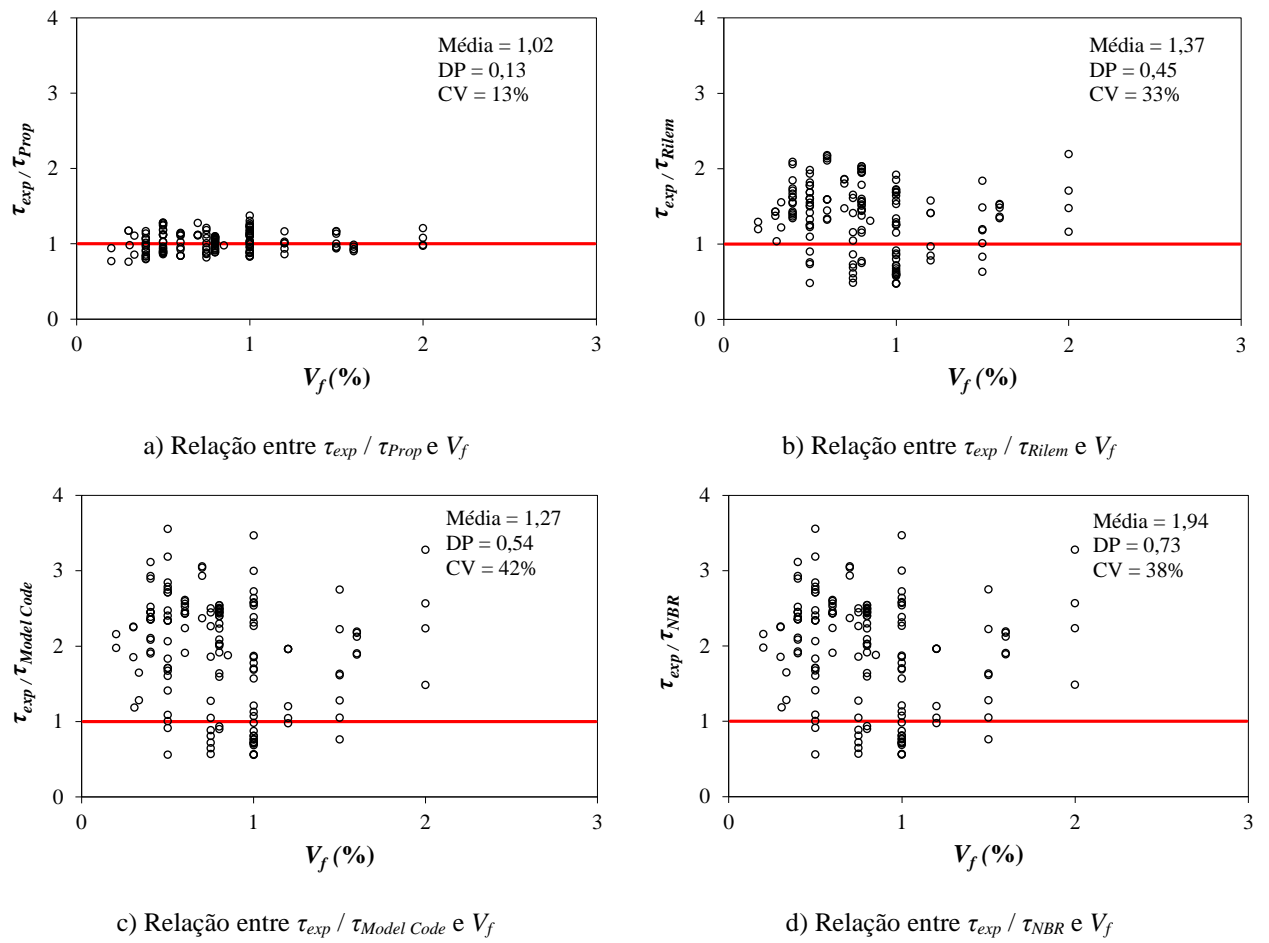


Figura 7.14 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e V_f .

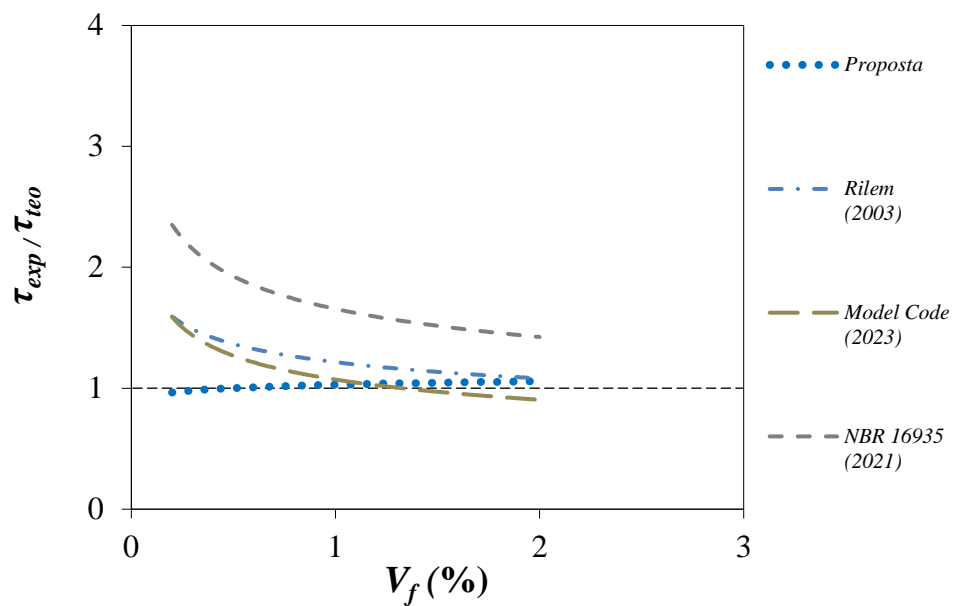


Figura 7.15 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e V_f .

As Figuras 7.14 e 7.15 apresentam que a proposta desenvolvida neste estudo compreende o campo amostral, prevalecendo, majoritariamente, resultados situados dentro do intervalo de segurança apropriada [0,85-1,15] e inexistência de valores extremamente perigosos [$< 0,5$]. A *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023) mostrou-se extremamente conservadora para volumétrica das fibras (V_f) no intervalo entre 1% e 2%, porém exibiu valores considerados como perigosos para V_f acima de 1,9%. A RILEM TC 162-TDF (2003) demonstrou resultados conservadores, com alguns valores definidos como perigosos para V_f menores que 1,1%. A NBR 16935 (ABNT, 2021) apresentou valores extremamente conservadores em fração volumétrica das fibras inferiores a 0,4%, conservadores em vigas com V_f superiores a essa porcentagem.

7.1.7. Tensão residual (f_{RI})

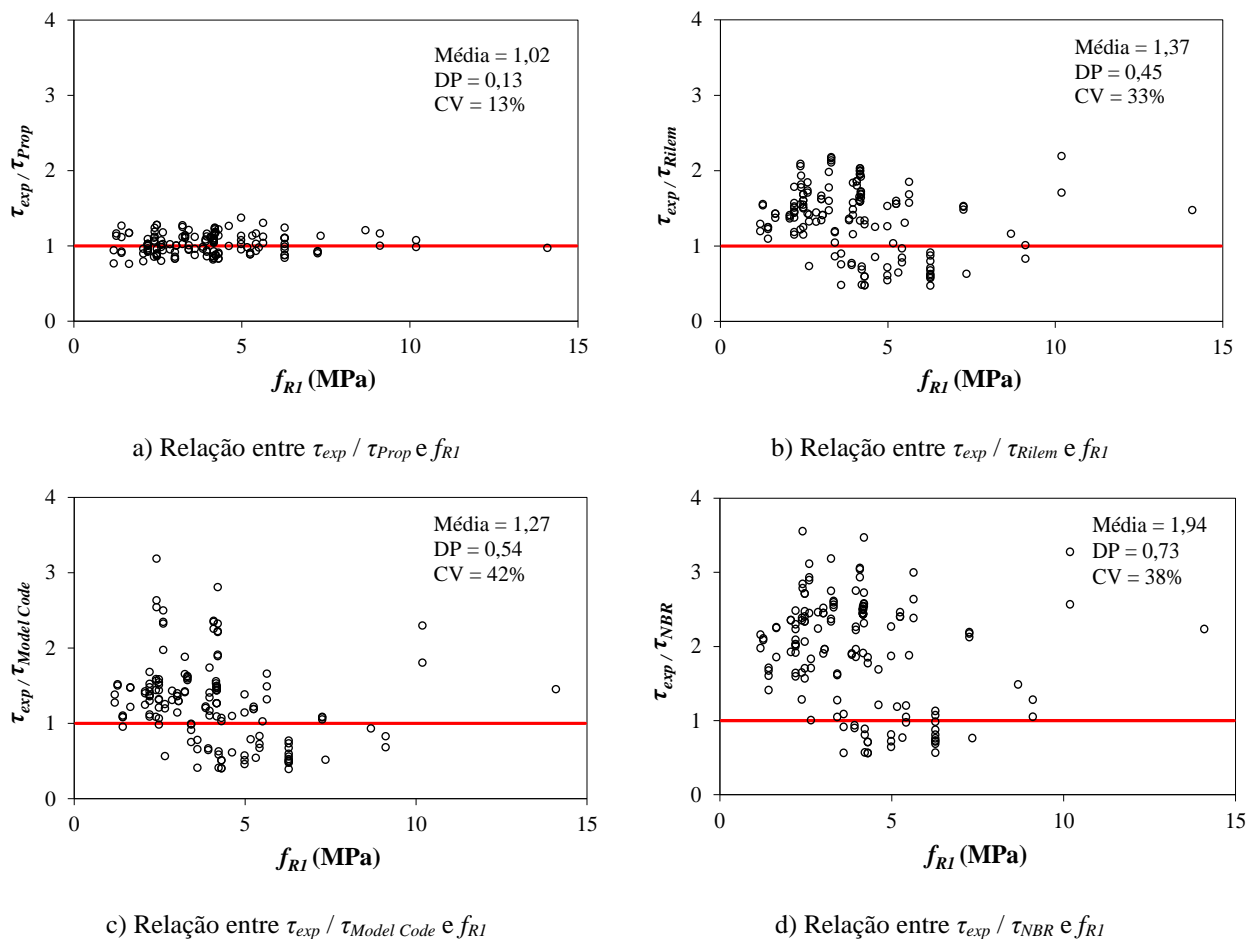


Figura 7.16 – Análise da relação τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI} .

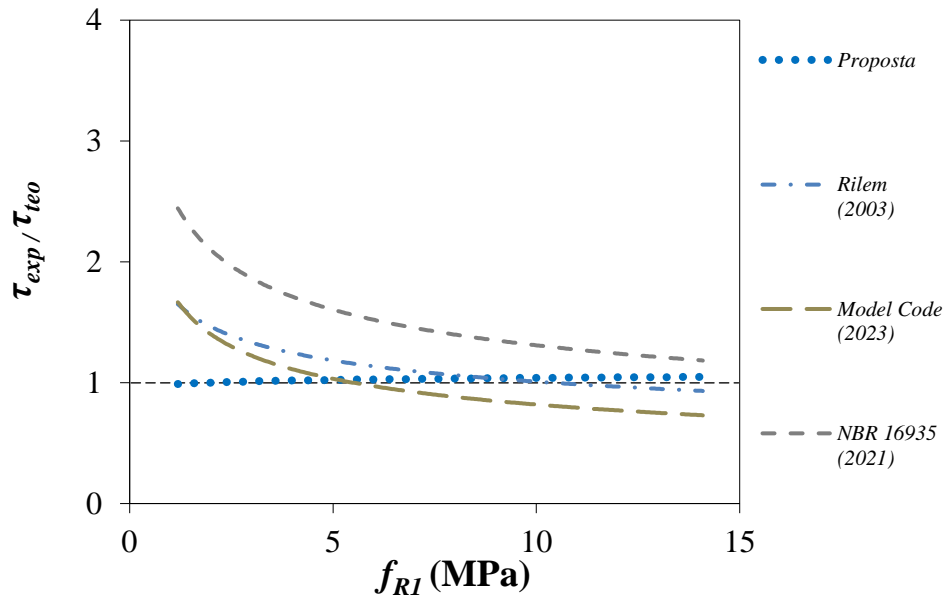


Figura 7.17 – Linhas de tendências entre τ_{exp} / τ_{teo} e f_{RI} .

As Figuras 7.16 e 7.17 representam que a equação proposta produziu resultados consistentes situados na faixa de segurança apropriada e sem ocorrência de dados considerados extremamente perigosos, abrangendo os valores de tensões residuais (f_{RI}) constantes no banco de dados. A *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* apresentou valores extremamente conservadores em vigas com tensões inferiores a 5 MPa, mas também exibiu pontos considerados perigosos em vigas com f_{RI} no intervalo entre 2,5 e 7 MPa. A RILEM TC 162-TDF (2003) resultou em valores conservadores, com incidência de pontos extremamente perigosos. A NBR 16935 (ABNT, 2021) demonstrou resultados extremamente conservadores em tensões residuais inferiores a 6 MPa e conservadores em tensões superiores a este valor.

Resumidamente, quanto aos parâmetros considerados correlacionados com $\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$, identificou-se que: f_c' - o modelo compreende resistências à compressão superiores a 19 MPa; d/a - a expressão abrange as relações entre altura útil e vão de cisalhamento existentes na base de dados; ρ_l - a equação engloba as taxas de armaduras longitudinais pertencentes ao banco de dados; ρ_w - a proposição concebida contempla as taxas de armaduras transversais das amostras; l_f/d_f - o modelo envolve o intervalo de valores de fator de forma das fibras situado entre 25 e 125; V_f - a proposta beneficia volumes de fibras superiores a 0,2%; f_{RI} - a expressão elaborada neste estudo ampara a totalidade das tensões residuais presentes no banco de dados. Em todos os parâmetros analisados, a equação proposta neste estudo não produziu resultados que possam ser classificados como extremamente perigosos, de acordo com o Critério de Collins (2001).

8. CONCLUSÕES

O corrente estudo avaliou as informações disponíveis na literatura sobre o cisalhamento em vigas de CRFA com e sem estribos. Fundamentadas nestas informações, foram compiladas bases de dados que totalizam 575 vigas de CRFA, segmentadas em quatro grupos distintos, sendo: dois destes formados, respectivamente, por 100 e 225 peças sem estribos; e os outros dois constituídos por 100 e 150 vigas com estribos. Para a elaboração de cada modelo de equação, utilizou-se sua respectiva primeira base de dados para obter a expressão da tensão de cisalhamento por meio de regressões não-lineares dos parâmetros abordados nos capítulos 4 e 6. A segunda base de dados foi empregada para aplicação e análise das propostas de cálculo em comparação com outros modelos empíricos, proporcionando as seguintes conclusões.

A) Equação para vigas de CRFA sem estribos

- A expressão desenvolvida é preditiva na determinação da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem estribos, cobrindo uma faixa de frações volumétricas das fibras (V_f) entre 0,2 e 4%, fator de forma (l/d_f) entre 40 e 140, além de diversas relações entre altura útil das vigas e vão de cisalhamento (d/a), resistências à compressão (f_c) e tensões residuais (f_{RI}).
- Este modelo demonstra bom comportamento, prevendo com segurança a tensão de cisalhamento última de vigas de CRFA sem armaduras transversais, em comparação com os demais modelos teóricos analisados, visto que seus resultados apresentaram pouca dispersão, maior acurácia, vasta quantidade de resultados dentro da faixa de segurança [0,85-1,15] e ausência de valores classificados como extremamente perigosos.
- As equações estipuladas pela RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020* (fib Bulletin, 2023), NBR 16935 (ABNT, 2021), por Zhang *et al.* (2016) e Khuntia *et al.* (1999), demonstraram maiores penalidades e resultados na faixa de classificação conservadora, segundo o Critério de Collins (2001). O método de Kwak *et al.* (2002) apresentou valores que se enquadram na classe de segurança apropriada, [0,85-1,15], todavia exibiu diversos valores considerados como extremamente perigosos.

- O modelo proposto nesta pesquisa proporcionou melhor precisão em seus resultados do que as demais equações comparadas, obtendo valor médio da razão entre a resistência ao cisalhamento experimental e a teórica equivalente a 1,00; desvio padrão de 0,12 e coeficiente de variação de 12,00%. O coeficiente de determinação (R^2) da equação proposta foi de 0,88; indicando que ampla parcela dos resultados estão próximos da linha de regressão.

B) Equação para vigas de CRFA com estribos

- O modelo elaborado prevê o cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com armadura transversal, contemplando frações volumétricas de fibras (V_f) de 0,2 e 3%, fator de forma (l_f/d_f) entre 25 e 125, bem como os valores das relações entre altura útil das vigas e vão de cisalhamento (d/a) na faixa de 0,2 a 1,2; resistências à compressão a partir de 21 MPa e tensões residuais (f_{RI}) superiores a 1,19 MPa.

- Considerando o Critério de Collins (2001), este método mostrou-se com menor penalidade e com 71% dos seus valores presentes no intervalo de segurança apropriada [0,85-1,15], e inexistência de resultados extremamente perigosos ($\lambda_i = \tau_{exp}/\tau_{teo} > 0,5$). As propostas normativas da RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e NBR 16935 (ABNT, 2021) obtiveram maiores penalidades e resultados considerados conservadores e extremamente conservadores.

- A equação concebida neste estudo para o cálculo da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com estribos assegurou melhor precisão, maior acurácia e menor dispersão em seus resultados do que as normas avaliadas, alcançando média de 1,02 entre a resistência ao cisalhamento experimental e a resistência teórica ($\lambda_i = \tau_{exp} / \tau_{teo}$); desvio padrão (DP) de 0,13; coeficiente de variação (CV) de 13,00% e coeficiente de determinação (R^2) equivalente a 0,87.

C) Considerações adicionais

- As equações desenvolvidas incorporam variáveis que não estão contempladas pelas normas RILEM TC 162-TDF (2003), *Model Code 2020 (fib Bulletin, 2023)* e NBR 16935 (ABNT, 2021), como o fator de forma das fibras de aço (l_f/d_f), a fração volumétrica das fibras (V_f) e a tensão residual (f_{RI}). Esses parâmetros também não se encontram abordados nas propostas de Zhang *et al.* (2016), Kwak *et al.* (2002) e Khuntia *et al.* (1999), com exceção da tensão residual

(f_{RI}). Todavia, ainda são poucos os métodos de dimensionamento que consideram outros fatores como o engrenamento dos agregados, efeito de arco, entre outros. Independentemente do caso, os modelos promovidos na corrente tese permitem uma modelagem mais acurada e representativa do comportamento do CRFA, refletindo com maior precisão suas características e comportamento sob condições de forças cisalhantes.

- Em síntese, os modelos de equações desenvolvidos sugerem abordagens factíveis, seguras e mais precisas quando comparadas aos métodos normativos. A análise dos resultados evidenciou maior exatidão nas tensões teóricas, menor dispersão e coeficiente de variação em comparação com outros métodos de cálculo. Além disso, apresentaram penalidades inferiores, indicando eficácia prática desse método para aplicação na Engenharia Civil e entre pesquisadores na área de estruturas e construção civil. Essas equações representam uma técnica valiosa para o projeto e dimensionamento de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, com ou sem armadura transversal, favorecendo a concepção de estruturas mais seguras e eficientes.

8.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Apresentam-se a seguir algumas diretrizes para a expansão dos estudos sobre o cisalhamento em vigas de CRFA, que podem contribuir significativamente para o desenvolvimento da temática abordada nesta tese:

- Realizar experimentos para avaliar a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA que não possuem estribos, utilizando a metodologia proposta pela Equação 4.7.
- Realizar experimentos para avaliar a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com estribos, aplicando a metodologia proposta pela Equação 6.4.
- Desenvolver e validar novos modelos de cálculo para a tensão cisalhante em vigas de CRFA, incluindo parâmetros não considerados neste trabalho, tais como o efeito de arco e o engrenamento dos agregados, entre outros fatores relevantes.

REFERÊNCIAS

- ABAD, B. F.; LANTSOUGHT, E.; YANG, Y. Shear capacity of steel fibre reinforced concrete beams. In W. Derkowski, P. Krajewski, P. Gwozdziwicz, M. Pantak, & L. Hojdis (Eds.), **Proceedings of the FIB Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures**. International Federation for Structural Concrete (fib), p. 1710-1717, 2019.
- ABBAS, Y. M.; KHAN, M. I. Influence of Fiber Properties on Shear Failure of Steel Fiber Reinforced Beams Without Web Reinforcement: ANN Modeling. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 13, p. 1483-1498. March, 2016.
- ABDUL-ZAHER, A. S.; ABDUL-HAFEZ, L. M.; TAWFIC, Y. R.; HAMMED, O. Shear behavior of fiber reinforced concrete beams. **Journal of Engineering Sciences**. v. 44, n. 2, p. 132-144, March, 2016.
- ABDULJABAR, H. T.; ABBAS, R. F. Shear behavior of fibrous reinforced concrete wide beams. **Journal of Engineering and Sustainable Development**, v. 26, n. 02, pp. 77-93, March, 2022.
- ADAM, M.; SAID, M.; ELRAKIB, T. Shear performance of fiber reinforced self compacting concrete deep beams. **International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)**, v. 7, n. 1, p. 25-46, January-February, 2016.
- ACI 544.4R-18 (2018). *Guide to Design with Fiber-Reinforced Concrete*. ACI Committee. American Concrete Institute, 544, Reapproved 2018.
- ACI 544.1R (2002). *State-of-the-art report on fiber reinforced concrete*. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute, Reapproved 2002.
- ACI 544.2R-89 (1999). *Measurement of Properties of Fiber Reinforced Concrete*. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute, Reapproved 1999.
- ALGASSEM, O.; LI, Y.; AOUBE, H. Ability of steel fibers to enhance the shear and flexural behavior of high-strength concrete beams subjected to blast load. **Engineering Structures**, v. 199, p. 1-23, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.08.087>
- AL-TAAN, S. A.; AL-NEIMEE, Z. S. **Shear strength of steel fibres self-compacting reinforced concrete beams**. Proc. Of the 8th international Congress on Concrete in the Low Carbon Era, Dundee (U.K.), 10-12, p. 1289-1303. July, 2012.
- ALZAHIRANI, FAHAT. **Shear Behaviour of Steel Fibre-Reinforced High Strength Lightweight Concrete Beams Without Web Reinforcement**. Master of Engineering. Faculty of Engineering and Applied Science. Canadá, 2018.
- AMIN, A.; FOSTER, J. Shear strength of steel fibre reinforced concrete beams with stirrups. **Engineering Structures**, v. 111, p. 323-332, 2016.
- AOUBE, H.; BELGHITI, M.; COOK, W. D.; MITCHELL, D. Response of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams with and without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 3, p. 359-367. May-June, 2012.
- AOUBE, H.; COHEN, M. Shear Response of SFRC Beams Constructed with SCC and Steel Fibers. **Electronic Journal of Structural Engineering**, v. 14. p. 71-83, 2014

- ARAÚJO, D. L.; NUNES, F. G. T.; FILHO, R. D. T.; ANDRADE, M. A. S. Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams. **Acta Scientiarum**, v. 36, n. 3, p. 389-397. July-September, 2014.
- ARSLAN, G.; SECER, R.; KESKIN, O.; ULUSOY, S. An experimental study on the shear strength of sfrc beams without stirrups. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 55, n. 4, p. 1205-1217. DOI: 10.15632/jtam-pl.55.4.1205. May, 2017.
- ASHOUR, S.A.; HASANAIN, G.S.; WAFA, F. F. Shear Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams, **ACI Structural Journal**, v. 89, n. 2, 1992, p. 176-184. March/April, 1992.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738**: Concreto – moldagem e cura de corpos de prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: Argamassa e Concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14724**: Informação e documentação: Trabalhos acadêmicos – apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15530**: Fibras de aço para concreto — Requisitos e métodos de ensaio. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019. 38 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16935**: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — Procedimento. 1 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2021. 33 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16938**: Concreto reforçado com fibras — Controle da qualidade. 1 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2021. 12 p.
- BARROS, A. R. de. **Avaliação do comportamento de vigas de concreto auto-adensável reforçado com fibras de aço**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 178 f., 2009.
- BARROS, J. A. O.; FIGUEIRAS, J. A. Flexural behavior of SFRC: Testing and modeling. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 11, Issue 4, p. 331-339, November, 1999.
- BARROS, J.A.O. **Comportamento de betão reforçado com fibras – Análise experimental e simulação numérica**. Dissertação de Doutoramento, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Portugal, 1995.
- BATSON, G.; JENKINS, E.; SPATNEY, R. Steel fibers as shear reinforcement in beams. **ACI Journal, Proceedings**, v. 69, n. 10, p. 640-644. October, 1972.
- BENCARDINO, F.; RIZZUTI, L.; SPADEA, G.; SWAMY, R.N. Stress-strain behavior of steel fiber-reinforced concrete in compression. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 20, Issue 3, p. 255-263. March, 2008.
- BENTUR, A.; MINDESS, S. (1990) Fibre reinforced cementitious composites. Modern Concrete Technology Series. London, Elsevier Applied Science.
- BEYGI, M. H. A.; J. V. AMIRI, A. MOAZEN, N. MALIDAREH, AND M. MAZANDARAN. The investigation of effect of steel fiber on the shear behavior of self

compacting concrete beams with normal and high strength. In: **Proceedings of Conference on our World in Concrete & Structures**, Singapore, 2008.

BIOLZI, L.; CATTANEO, S. Response of steel fiber reinforced high strength concrete beams: Experiments and code predictions. **Cement and Concrete Composites**, v. 77, p. 1-13, December, 2017.

CAMPIONE, G.; MENDOLA, L. L.; ZINGONE, G. Shear resistant mechanisms of high strength fibre reinforced concrete beams. **Transactions on the Built Environment**, v. 38, p. 23-32, 1999.

CASANOVA, P.; ROSSI, P. High-Strength Concrete Beams Submitted to Shear: Steel Fibers versus Stirrups. Structural Applications of Fiber Reinforced Concrete, SP-182, **American Concrete Institute**, Farmington Hills, MI, p. 53-68, 1999.

CEB-FIP Model Code 20. Model Code 2020. Fédération Internationale du Béton, Final draft, v. 1, May, 2023.

CEB-FIP Model Code 10. Model Code 2010. Fédération Internationale du Béton, Final draft, v. 1, Bulletins 65, 2010.

CHAUDHARY, R.; AHAMAD, S.; PATEL, V. K.; NABIULLAH K. Experimental Analysis of Asbestos Fibre Reinforced Concrete Composite. **Journal of Mechanical and Civil Engineering**, v. 14, p. 18-22, 2017.

CHAO, SHIH-HO. Size Effect on Ultimate Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Slender Beams. **ACI Structural Journal**, v. 117, n. 1, p. 145-158. January, 2020.

CHEN, B.; ZHOU, J.; ZHANG, D.; SU, J.; NUTI, C.; SENNAH, K. Experimental study on shear performances of ultra-high performance concrete deep beams. **Structures**, v. 39, p. 310-322, 2022.

CHO, J-S; LUNDY, J.; CHAO, S-H. **Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Prestressed Concrete Beams**. Conference: Structures Congress 2009, April, 2009.

COLAJANNI, P.; RECUPERO, A.; SPINELLA, N. A model for SFRC beams without shear reinforcement. **Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst (eds)**, Taylor & Francis Group, 2008.

COLLINS, M. P. Evaluation of shear design procedures for concrete structures. Canada: **CSA Technical Committee on Reinforced Concrete Design**, p. 29-37, 2001.

CUCCHIARA, C.; LA MENDOLA, L.; PAPIA, M. Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement. **Cement and Concrete Composite**, v. 26, p. 777–786. July, 2004.

DANCYGER, A. N.; SAVIR, Z. Effects of Steel Fibers on Shear Behavior of High-Strength Reinforced Concrete Beams. **Advances in Structural Engineering**, v. 14, n. 5, p. 745-765, 2011.

DANG, T. D.; TRAN, D. T.; NGUYEN-MINH, L.; NASSIF, A. Y. Shear resistant capacity of steel fibres reinforced concrete deep beams: An experimental investigation and a new prediction model. **Structures**, v. 33, p. 2284-2300, October, 2021.

DELUCE, J.R.; VECCHIO, F. J. Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 110, Issue 3, p. 481-490. May, 2013.

- DING, Y.; LIU, H.; NING, X.; ZHANG, Y.; AZEVEDO, C. Shear resistance and cracking behaviour of SFRC beams with and without axial load. **Magazine of Concrete Research**, v. 66, n. 23, p. 1183-1193, 2014.
- DING, Y. Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam. **Construction and Building Materials**, v. 25, n. 5, p. 2432-2440, May, 2011. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2010.11.055
- DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT J. K. Shear strength model for steel fiber reinforced concrete beams without stirrup reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, p. 1039-1051. October, 2011.
- DO-DAI, T.; TRAN, D. T.; NGUYEN-MINH, L. Effect of fiber amount and stirrup ratio on Shear resistance of steel fiber reinforced Concrete deep beams. **Journal of Science and Technology in Civil Engineering**, v. 15, n.3, p. 1-13, 2021.
- DUPONT, D.; VANDEWALLE, L. Shear capacity of concrete beams containing longitudinal reinforcement and steel fibers. In: Banthia N, Criswell M, Tatnall P, Folliard K, editors. *Innovations in Fiber Reinforced Concrete for Value*, v. SP-216. Farmington Hills (MI): **American Concrete Institute**, p. 79-94, 2003.
- EN 14651. *Test Method for Metallic Fibre Concrete. Measuring the Flexural Tensile Strength (Limit of Proportionality - LOP, Residual)*. European Committee for Standardization, 2007.
- FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**, Texto apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Livre Docente. São Paulo, 2011.
- FIGUEIREDO, E. P. Inspeção e diagnóstico de estruturas de concreto com problemas de resistência, fissuras e deformações. **CONCRETO: Ensino, Pesquisa e Realizações**. 1 ed. São Paulo. IBRACON, v. 2, p. 985-1015. 2005.
- FURLAN JR, S.; HANAI, J. B. Shear Behaviour of Fiber Reinforced Beams. **Cement & Concrete Composites**, v. 19, p. 359-366, 1997.
- GALI, S.; SUBRAMANIAM, K. V. L. Efficiency of steel fibers in shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups at different moment-to-shear ratios. **Engineering Structures**, v. 188, p. 249-260. March, 2019.
- GARCIA, S.; PEREIRA, A.; PIEROTT, R. Shear Strength of Sand-Lightweight Concrete Deep Beams with Steel Fibers. **ACI Structural Journal**, v. 118, n. 2, p. 203-214. March, 2021.
- GREENOUGH, T.; NEHDI, M. Shear behavior of fiber-reinforced self-consolidating concrete slender beams. **ACI Materials Journal**, v. 105, n. 5, p. 468-477. Sep/Oct. 2008.
- GOMES, L. D. S. **Análise experimental da eficiência das fibras de aço no reforço ao cisalhamento de vigas em concreto armado**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2016.
- GOMES, J. G. **Influência das Fibras Metálicas no Comportamento ao Esforço Transverso de Vigas SFRC**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. Porto, 2013.

- KARL, K-W; LEE, D. H.; HWANG, J-H; KIM, K. S.; CHOI, I-S. Revision on Material Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, v. 5, n.2, p.87-96. December, 2011.
- HELINCK, P.; DE CORTE, W.; BOEL, V.; DE SCHUTTER, G. Influence of steel fibre reinforcement on the shear resistance and crack pattern formation of self-compacting concrete beams. **Key Engineering Materials**, v. 452-453, p. 669-672, 2011.
- HEMSTAPAT, N.; OKUBU, K.; NIWA, J. Prediction of shear capacity of slender reinforced concrete beam with steel fiber. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 18, p. 179-191, 2020.
- HWANG, J-H.; LEE, D.H.; JU, H.; KIM, K.S.; SEO, S-Y.; KANG, J-W. Shear Behavior Models of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams Modifying Softened Truss Model Approaches. **Materials**, v. 6, p. 4847-486. October, 2013.
- IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F. Shear - moment analysis of reinforced high strength concrete beams containing steel fibres. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 22, p. 462-470. September, 1995.
- JONGVIVATSAKUL, P.; WATANABE, K.; MATSUMOTO, K. Evaluation of Shear Carried By Steel Fibers of Reinforced Concrete Beams Using Tension Softening Curves. **Journal of Japan Society of Civil Engineers Ser E2 (Materials and Concrete Structures)**, v. 67, n. 4, p. 493-507, January, 2011. DOI:10.2208/jscejmcs.67.493.
- JUÁREZ, C.; VALDEZ, P.; DURÁN, A.; SOBOLEV, K. The diagonal tension behavior of fiber reinforced concrete beams. **Cement & Concrete Composites**, v. 29, p. 402-408, January, 2007.
- JUÁREZ-ALVARADO, C. A., MENDOZA-RANGEL, J. M., TERÁN-TORRES, B. T., VALDEZ-TAMEZ, P. L., CASTRUITA-VELÁZQUEZ, G. Comportamiento teórico-experimental de fibras de acero como reemplazo parcial del refuerzo a cortante en vigas de concreto reforzado. **Revista ALCONPAT**, v. 11, n. 3, p. 31-49, 2021. DOI: <https://doi.org/10.21041/ra.v11i3.548>
- KAL, K. W.; KIM, K. S.; LEE, D. DK.; HWANG, J. H. Experimental Study on Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams. **Journal of the Korea institute for structural maintenance inspection**, v. 14, n. 3, p. 160-170, January, 2010.
- KANNAM, P.; SARELLA, R. V.; PANCHARATHI, R. K. Hybrid effects of stirrups ratio and steel fibers on shear behavior of self-compacting concrete. **Archives of Civil Engineering**, v. 64, p. 145-169, 2018.
- KAZEMI, M.T.; GOLSORKHTABAR, H.; BEYGI, M. H. A.; GHOLAMITABAR, M. Fracture properties of steel fiber reinforced high strength concrete using work of fracture and size effect methods. **Construction and Building Materials**, v. 142, p. 482-489. March, 2017.
- KERSKIN, R. S. O. Predicting shear strength of reinforced concrete slender beams without shear reinforcement using artificial neural networks. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, v. 23, n. 3, p.193-202, 2017.
- KHUNTIA M.; STOJADINOVIC B.; GOEL S. C. Shear strength of normal and high-strength fiber reinforced concrete beams without stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 96, 2, p. 282-289, 1999.

- KIM, C.-G.; PARK, H.-G.; KANG, S.-M. Shear Strength of Composite Beams with Steel Fiber-Reinforced Concrete. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 6, p. 5-16, November, December, 2019.
- KIM, C.-G.; LEE, H.; PARK, H.-G.; HONG, G.-H.; KANG, S.-M. Effect of Steel Fibers on Minimum Shear Reinforcement of High-Strength Concrete Beams. **ACI Structural Journal**, v. 114, p. 1109-1119, September-October, 2017.
- KIM, C.-G.; PARK, H.-G.; HONG, G.-H.; KANG, S.-M. Evaluation on Shear Contribution of Steel Fiber Reinforced Concrete in Place of Minimum Shear Reinforcement. **Journal of the Korea Concrete Institute**, v. 27, n. 6, p. 603-613, 2015.
- KRASSOWSKA, J.; KOSIOR-KAZBERUK, M. Experimental investigation of shear behavior of two-span fiber reinforced concrete beams. **Archives of Civil Engineering**, v. LXV, n. 2, p. 35-55, 2019.
- KRASSOWSKA, J.; KOSIOR-KAZBERUK, M. Failure mode in shear of steel fiber reinforced concrete beams. **MATEC Web of Conferences** 163, 02003, p. 1-8, 2018. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201816302003>
- KWAK, Y-K; EBERHARD, M. O.; KIM, W-S; KIM, J. Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 99, n. 4, p. 530-538. July/August, 2002.
- KYTINO, V. K.; CHALIORIS, C. E.; KARAYANNIS, C. G.; ELENAS, A. Effect of Steel Fibers on the Hysteretic Performance of Concrete Beams with Steel Reinforcement - Tests and Analysis. **Materials**, v. 13, n. 2923, p. 1-32, June, 2020. doi:10.3390/ma13132923
- LAMIDE, J.; A.; MOHAMED, R.; N.; ABD RAHMAN; A.; B. Experimental results on the shear behaviour of steel fibre self-compacting concrete (SFSCC) beams. **Jurnal Teknologi (Sciences & Engineering)**, v. 78, n. 11, 2016.
- LAKAVATH, C.; JOSHI, S. S.; PRAKASH, S. S. Investigation of the effect of steel fibers on the shear crack-opening and crack-slip behavior of prestressed concrete beams using digital image correlation. **Engineering Structures**, v. 193, n. 15, p. 28-42, August, 2019.
- LANTSOGHT, E.O.L. How do steel fibers improve the shear capacity of reinforced concrete beams without stirrups? **Composites Part B: Engineering**, v. 175, October, 2019.
- LAUFER; I. S.; SAVARIS; G. Shear strength of steel fiber self-compacting concrete beams. **Semina: Ciência. Ex. Tech.**, Londrina, v. 42, n. 1, p. 45-62, Jan./June. 2021.
- LEE, S-C.; OH, J-H; CHO, J-Y. *Compressive Behavior of Fiber-Reinforced Concrete with End-Hooked Steel Fibers*. **Materials**, v. 8, p. 1442-1458. March, 2015.
- LEE, M.K.; BARR, B. I. G. An overview of the fatigue behaviour of plain and fibre reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, v. 26, Issue 4, p. 299-305, May. 2004.
- LEHMANN, M.; GŁODKOWSKA, W. Shear Capacity and Behaviour of Bending Reinforced Concrete Beams Made of Steel Fibre-Reinforced Waste Sand Concrete. **Materials**, v. 14, n. 2996, 2021. <https://doi.org/10.3390/ma14112996>
- LI, C.; ZHAO, M.; GENG, H.; FUA, H.; ZHANG, X.; LI, X. Shear testing of steel fiber reinforced expanded-shale lightweight concrete beams with varying of shear-span to depth ratio and stirrups. **Case Studies in Construction Materials**, v. 14, p. 1-11, 2021.

- LIM, W.-Y.; HONG, S.-G. Shear Tests for Ultra-High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHPFRC) Beams with Shear Reinforcement. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, v.10, n. 2, p.177-188, June, 2016. DOI 10.1007/s40069-016-0145-8
- LIM, T. Y.; PARAMASIVAM, P.; LEE, S. L. Shear and moment capacity of reinforced steel-fibre-concrete beams. **Magazine of Concrete Research**, v. 39, n. 140, p. 148-160. September, 1987.
- LI, P.; CHENG, Q.; CHEN, N.; TIAN, Y.; FANG, J.; JIANG, H. Experimental Study on Shear Behavior of Non-Stirrup Ultra-High Performance Concrete Beams. **Materials**, v. 16, n. 4177, p. 1-22. June, 2023. <https://doi.org/10.3390/ma16114177>.
- LOBÃO, L. M. M. **Taxa de armadura longitudinal mínima em vigas de concreto de resistência normal com fibras de aço**. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ, 2005.
- MAJDZADEH, F.; SOLEIMANI, S. M.; BANTHIA, N. Shear strength of reinforced concrete a fiber concrete matrix. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 33, n.6, p. 726-734, June, 2006.
- MANJU, R.; SATHYA S, S. B. Shear strength of high – Strength steel fibre reinforced concrete rectangular beams. **International Journal of Civil Engineering and Technology**, v. 8, p. 1716–1729, Article ID: IJCIET_08_08_186. August, 2017.
- MANSUR, M. A.; ONG KCG, PARAMASIVAM P. Shear strength of fibrous concrete beams without stirrups. **Journal of Structural Engineering**, v. 112, p. 2066-2079. September, 1986.
- MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A. Shear Design of FRC Members with Little or no Conventional Shear reinforcement. **Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stroelhorst (eds)**, Taylor & Francis Group. Londres, 2008.
- MONDO, ELEONORA. **Shear Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams without Conventional Shear Reinforcement**. Master of Science Thesis. Royal Institute of Technology (KTH). Department of Civil and Architectural Engineering. Division of Structural Design and Bridges. Stockholm, Sweden, 2011.
- MONTAGNAC, R. D. E.; MASSICOTTE, B.; CHARRON, J-P; NOUR, A. Design of SFRC structural elements: Postcracking tensile strength measurement. **Materials and Structure**, v. 4, p. 609-622. April, 2012.
- MONTAGNAC, R. D. E.; MASSICOTTE, B.; CHARRON, J-P; NOUR, A. Design of SFRC structural elements: flexural behaviour prediction. **Materials and Structure**, v. 45, p. 623-636. October, 2012.
- MORADI, M.; ALETAHA, S. H.; ASADZADE, E.; QOMZADE, M. M. Shear Strength of Fiber-Reinforced Concrete Beams with Stirrups. **Iranian Journal of Science and Technology**, Transactions of Civil Engineering. April, 2021.
- MORAES NETO, B. N.; BARROS, J. A. O.; MELO, G. S. S. A. A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrally loaded. **Construction and Building Materials**, v. 46, p. 211-223, 2013.
- NAAMAM, A. E. (2003). Engineered Steel Fibers with Optimal Properties for Reinforcement of Cement Composites. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 1, n. 3, p. 241-252, 2003.

- NARAYANAN, R.; DARWISH, Y. S. Shear in prestressed concrete beams containing steel fibres. **The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete**, v. 9, n. 2, p. 82-90, 1987.
- NGUYEN-MINH, L.; ROVNAK, M. New formula for the estimation of shear resistance of fibre reinforced beams. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 38, n.1, p. 23-35, November, 2011. DOI:10.1139/L10-107
- NOGHABAI, KEIVAN. Beams of fibrous concrete in shear and bending Experiment and model. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, p. 243-251. February, 2000.
- OH, B. H.; LIM, D. H.; YOO, S. W.; KIM, E. S. Shear behaviour and shear analysis of reinforced concrete beams containing steel fibres. **Magazine of Concrete Research**, v. 50, n. 4, p. 283-291, 1998.
- PADMANABHAM, K.; TEJA, G. S. R. Shear Performance of Steel Fibers in Reinforced Concrete Beams. **International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE)**, v. 9, n. 2, p. 345-350, December, 2019.
- PADMARAJAIAH, S. K.; RAMASWAMY, A. Behavior of Fiber-Reinforced Prestressed and Reinforced High-Strength Concrete Beams Subjected to Shear. **ACI Structural Journal**, v. 98, p. 752-761, 2001.
- PAL, S.; KUMAR, A.; ARIF, M.; SHARIQ, M. Shear resistance of steel fibre reinforced concrete beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 46, n. 5, p. 384-394, December 2019 - January 2020.
- PARASHAR, A. K.; PARASHAR, R. The Effect of Size of Fibres on Compressive Strength of M-20. **International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)**, v. 2, n. 4, p. 1232-1236. July-August, 2012.
- PARÉS, A. P. **Numerical approach for modeling Steel Fiber Reinforced Concrete**. Doctoral Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya. Programa de Doctorat d'Enginyeria Civil. Departament de Matemàtica Aplicada III, Barcelona, 2011.
- PARRA-MONTESINOS, G. J. Shear Strength of Beams with Deformed Steel Fibers. **Concrete International**, p. 56-67. November, 2006.
- PERCEKA, W.; LIAO, W-C.; WU, Y-F. Shear Strength Prediction Equations and Experimental Study of High Strength Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams with Different Shear Span-to-Depth Ratios. **Applied Science**, v. 9, 4790; p. 1-38. October, 2019.
- PRAVEEN, K.; RAO, V. Steel Fibres as a Partial Shear Reinforcement in Self-compacting concrete. **Recent Advances in Structural Engineering**, v. 1, p. 935-946, 2019.
- RAJU, R. A.; LIM, S.; KAGEYAMA, T.; AKIYAM, M. Visualization of the fibre dispersion in the steel fibre reinforced concrete using x-ray image. In: **Proceedings of the FIB Symposium**, 2019.
- RAWASHDEH, Omar Jum'ah Za'al, (2015). **Shear Behavior of Steel-Fiber Reinforced Ultra-High-Strength Self-Compacted Concrete Beams**. Master of Science in Civil Engineering. United Arab Emirates University, 2015.
- REDDY, K. R. K.; REDDY, K. C. Flexural Behavior of Steel Fibre Reinforced High Strength Concrete Beams. **International Journal of Science and Research (IJSR)**, v. 4, n. 5, p. 169-172, May, 2015.

- RILEM TC 162-TDF. Bending test: Final recommendation. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete, **Materials and Structures**, v. 35, p. 579-582. November, 2002.
- RILEM TC 162-TDF. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ϵ Design method, Final Recommendation. **Materials and Structures**, v. 36, p. 560-567. October, 2003.
- ROSENBUSCH, J.; TEUTSCH, M. **Trial Beams in Shear**. Brite/Euram Project 97-4163, Final Report, Sub Task 4.2, Technical University of Braunschweig, 2002.
- SAHOO, D. R.; SHARMA, A. Effect of Steel Fiber Content on Behavior of Concrete Beams with and without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 5, p. 1157-1166, September, 2014. DOI:10.14359/51686821.
- SCHANTZ, B.A. (1983). **The Effect of Shear Stress on Full Scale Steel Fiber Reinforced Concrete Beams**. Master of Science thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Potsdam, NY, p. 86.
- SHAABAN, IBRAHIM G. **Shear behavior of high strength fiber reinforced concrete beams under different levels of axial compression forces**. Department of Civil Engineering, Banha University Faculty of Engineering, 108 Shoubra St. Cairo, Egypt, 2006.
- SHAHNEWAZ, M.; ALAM, M. S. Improved shear equations for steel fiber-reinforced concrete deep and slender beams. **ACI Structural**, v. 111, n. 4, p. 851-60, 2014.
- SHARMA AK. Shear strength of steel fiber reinforced concrete beams. **ACI Journal Proceedings**, v. 83, n. 4, p. 624-628, 1986.
- SHOAIB, A.; LUBELL, A. S.; BINDIGANAVILE, V. S. Shear response of lightweight steel fiber reinforced concrete members without stirrups. **Materials and Structures**, v. 48, p. 3141–3157, 2015.
- SHOAIB, A.; LUBELL, A. S.; BINDIGANAVILE, V. Size Effect in Shear for Steel Fiber-Reinforced Concrete Members without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 5, p. 1081-1090. Sep./October, 2014.
- SHOAIB, A.; LUBELL, A. S.; BINDIGANAVILE, V. S. **Shear in Steel Fiber Reinforced Concrete Members without stirrups**. University of Alberta Departamento of Civil e Environmental Engineering. Structural Engineering Report n. 294. June, 2012.
- SING, B.; JAIN, K. Appraisal of Steel Fibers as Minimum Shear Reinforcement in Concrete Beams. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 5, p. 1191-1201, September-October, 2014.
- SPINELLA, N., COLAJANNI, P. AND LA MENDOLA, L. Nonlinear analysis of beams reinforced in shear with stirrups and steel fibers. **ACI Structural Journal**, v. 109, p. 53-64, 2012.
- SOLHMIRZAEI, R.; KODUR, V. K. R.; BANERJI, S. Shear Behavior of Ultra High Performance Concrete Beams without Stirrups, **International Interactive Symposium on Ultra-High Performance Concrete 2**, 2019.
- SOUSA, E. O. DE. **Aplicando concreto de elevada resistência reforçado com fibras de aço na supressão do reforço convencional de vigas em concreto armado de resistência normal**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2020.
- SWAMY, R. N.; BAHIA, H. M. The Effectiveness of Steel Fibers as Shear Reinforcement. **Concrete International**, v. 7, n. 3, p. 35-40. March, 1985.

- SWAMY, R. N.; MANGAT, P. S.; RAO, C. V. S. K. The Mechanics of Fiber Reinforcement of Cement Matrices. Fiber Reinforced Concrete, SP-44, **American Concrete Institute**, Farmington Hills, Michigan, p. 1-28, 1974.
- SWAMY, R. N.; JONES, R.; CHIAM, A. T. P. Influence of Steel Fibers on the Shear Resistance of Lightweight Concrete I-Beams. **ACI Structural Journal**, v. 90, n. 1, p. 103-114. Jan.-Feb 1993.
- TAQI, F. Y.; MASHREI, M. A.; OLEIWI, H. M. Experimental study on the effect of corrosion on shear strength of fibre-reinforced concrete beams. **Structures**, v. 33, p. 2317-2333, 2021.
- THOMAS, J.; RAMASWAMY, A. Mechanical Properties of Steel Fiber-Reinforced Concrete. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 19, p. 385-392. May, 2007.
- TORRES, J. A.; LANTSOGHT, E. O. Influence of Fiber Content on Shear Capacity of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams. **Fibers**, v. 7, n. 102, 2019.
- TUCHSCHERER, R. G.; QUESADA, A. Replacement of Deformed Side-Face Steel Reinforcement in Deep Beams With Steel Fibers. **Structures**, v. 3, p. 130-136, April, 2015.
- UOMOTO, T., WEERARATHE, R.K., FURUKOSHI, H. AND FUJINO, H. **Shear Strength of Reinforced Concrete Beams With Fiber Reinforcement**. Proceedings, Third Internal RILEM Symposium on Developments in Fiber Reinforced Cement and Concrete, Sheffield, RILEM Technical Committee 49-TFR, Sheffield University Press Unit, Sheffield, p. 553-562, 1986.
- VITOR, P. de C. P.; SANTOS, A. C. dos; TRAUTWEIN, L. M. Resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado sem armadura transversal reforçadas com fibras de aço. **Ambiente Construído**, Porto Alegre, v. 18, n. 3, p. 255-270, July/Set, 2018.
- WATANABE, K.; JONGVIVATSAKUL, P.; NIWA, J. Evaluation of shear carried by steel fibers in reinforced concrete beams with steel fibers. **Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures**, Korea Concrete Institute, p. 1445-1450, 2010.
- WANG, Z.; ZHOU, N.; WANG, J. Using Hopkinson pressure bar to perform dynamic tensile tests on SFRC at medium strain rates. **Magazine of concrete research**, v. 64, n. 8, p. 657-664, 2012.
- WANG, Z. L.; WU, L. P.; WANG, J. G. A study of constitutive relation and dynamic failure for SFRC in compression. **Construction and Building Materials**, v. 24, n. 8, p. 1358-1363, August, 2010.
- WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. 6a ed., Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 2012.
- YAKOUB, H. E. Shear stress prediction: steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. **ACI Structural**, v. 108, n. 2, p. 304-314, 2011.
- YANG, I. H.; JOH, C.; KIM, B. Structural behavior of ultra high performance concrete beams subjected to bending. **Engineering Structures**. v. 32, p. 3478-3487, 2010.
- YOUSIF, S. T.; ABDULLAH, S. M.; ALKHAFAR, M. H. Artificial Neural Network Model for Shear Strength of Fibrous RC Beams. **Al-Rafidain Engineering Journal (AREJ)**, v. 23, n. 4, p. 157-171, 2015.

YUAN, T.-F.; YOO, D.-Y.; YANG, J.-M.; YOON, Y.-S. Shear Capacity Contribution of Steel Fiber Reinforced High-Strength Concrete Compared with and without Stirrup. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, 2020.

YUN, H.-D.; JEONG, G.-Y.; CHOI, W.-C. Shear Strengthening of High Strength Concrete Beams That Contain Hooked-End Steel Fiber. **Materials**, v. 15, n. 17, 2022.

ZEYAD, A. M.; SABA, A. M.; SHATHLY, A. B. **Influence of steel fiber content on fresh and hardened properties of self-compacting concrete**. AIP Conference Proceedings, 020033, p. 1-11, 2018.

ZHANG, F.; DING, Y.; XU, J.; ZHANG, Y.; ZHU, W.; SHI, Y. Shear strength prediction for steel fiber reinforced concrete beams without stirrups. **Engineering Structures**, n.127, p. 101–116, September, 2016.

ZHAO, J.; LIANG, J.; CHU, L.; SHEN, F. Experimental Study on Shear Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams with High-Strength Reinforcement. **Materials**, v. 11, n. 1682, 2018. doi:10.3390/ma11091682

ZSUTTY, T. Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beam Tests, **ACI Journal Proceedings**, v. 68, n. 2, p. 138-143, February, 1971.